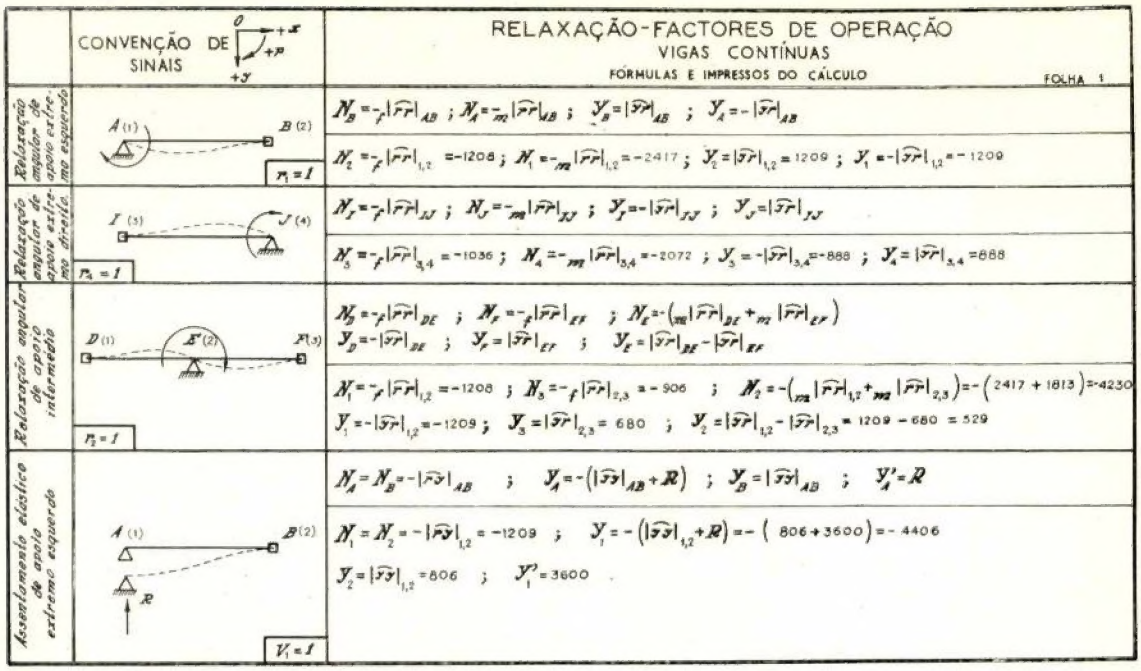


Fig. 17

QUADRO XIV — Factores de operação

Unidades : tonelada, metro

	Tipo	1 N_1	2 N_2	3 N_3	4 N_4	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
1	$r_1 = +1$	2417	−1208	0	0	−1209	1209	0	0
2	$r_2 = +1$	−1208	−4230	−906	0	−1209	529	680	0
3	$r_3 = +1$	0	−906	−3885	−1036	0	−680	−208	888
4	$r_4 = +1$	0	0	−1036	−2072	0	0	−888	888

Verificação dos Quadros XI e XII

(1) : − 2417 − 1208 + 1209 × 3,0 = 2
(2) : − 1208 − 4230 − 906 + 529 × 3,0 + 680 × 7,0 = 3
(3) : − 906 − 3885 − 1036 + 680 × 7,5 + 208 × 3,5 = 1
(4) : − 1036 − 2072 + 808 × 3,5 = 0

Como nos sistemas articulados este quadro inclui, em separado, factores que não interessam à operação de relaxação, pois os apoios são por hipótese fixos ; permitem obter as reacções de apoio independentemente dos momentos de continuidade nos apoios, tornando possível mais uma importante verificação.

Estamos agora aptos a fazer a relaxação que o Quadro XV mostra. Será curioso notar que, neste caso, esta relaxação não é mais do que o método de Cross com apresentação diferente. Isto é assim porque os apoios são fixos e nós não utilizámos a possibilidade de não anular em cada relaxação a força residual, como se faz no Quadro XXV. Podíamos ter deixado qualquer resíduo que o exame prévio do Quadro XIV nos mostrasse ser vantajoso conservar. Por exemplo, se na operação 1 tivéssemos deixado algum resíduo positivo, ele seria em parte anulado na operação 4. Isto que neste exemplo simples não trás grande economia de tempo, tem capital importância em estruturas compli-

QUADRO XV — Relaxação

Unidades : tonelada, metro

Tipo	Valor da relaxação	1 N_1	2 N_2	3 N_3	4 N_4	N°
		0,750	0,583	— 0,313	— 1,020	
4	— 0,000493	0	0	0,510	1,020	1
		0,750	0,583	0,197	0	
1	0,000310	— 0,750	— 0,375	0	0	2
		0	0,208	0,197	0	
2	0,000049	— 0,060	— 0,208	— 0,045	0	3
		— 0,060	0	0,152	0	
3	0,000039	0	— 0,035	— 0,152	— 0,040	4
		— 0,060	— 0,035	0	— 0,040	
1	— 0,000025	0,060	0,030	0	0	5
		0	— 0,005	0	— 0,040	
4	— 0,000019	0	0	0,020	0,040	6
		0	0,005	0,020	0	
3	0,000005	0	— 0,005	— 0,020	— 0,005	7
		0	— 0,010	0	— 0,005	
2	— 0,000002	0,003	0,010	0,002	0	8
		0,003	0	0,002	— 0,005	

Faz-se a seguir no quadro XVI, a verificação do quadro XV e a determinação das reações de apoio.

1,8 — Feita a verificação anterior, conhecemos com suficiente aproximação o valor das reações verticais de apoio; a partir delas poder-se-iam obter os momentos de continuidade da viga sobre os apoios. É um problema simples de estática.

Achamos preferível obter estes momentos a partir do valor das deformações, pois assim segue-se a sistematização geral estabelecida para a utilização do método de relaxação no cálculo de estruturas contínuas. Consegue-se uma exposição mais clara embora se saiba que o cálculo de estruturas simples, como a viga que temos vindo a calcular, possa apresentar simplificações em relação à sistematização geral.

É mesmo altura de se dizer que ao apresentarmos o cálculo de uma viga contínua pela relaxação, não pretendemos mostrar que ele é mais simples que o realizado pelo método de Cross. De facto, a relaxação só começará a mostrar-se uma ferramenta vantajosa de cálculo quando

QUADRO XVI — Verificação

Deformações	Acções residuais				Reacções de apoio			
	N_1	N_2	N_3	N_4	$-Y_1$	$-Y_2$	$-Y_3$	$-Y_4$
	0,750	0,583	—0,313	—1,020				
$r_1 = 0,000285$	— 0,689	— 0,344	0	0	0,345	—0,345	0	0
$r_2 = 0,000047$	—0,051	—0,199	—0,043	0	0,057	—0,025	— 0,032	0
$r_3 = 0,000044$	0	—0,040	—0,171	—0,046	0	0,030	0,012	— 0,039
$r_4 = — 0,000512$	0	0	0,530	1,061	0	0	—0,455	0,455
	0,004	0	0,003	—0,005	0,402	— 0,340	—0,475	0,416

Verificação das reacções de apoio :

Equilíbrio de forças : $0,402 + 0,416 - 0,340 - 0,475 = 0,023$

Equilíbrio de momentos : $0,750 + 0,583 - 0,313 - 1,020 - 0,340 \times 3 - 0,475 \times 7 + 0,416 \times 10,5 = 0,023$

cadas, como em exemplos futuros será largamente verificado.

1,7 — A partir do quadro XV, obtêm-se as deformações totais :

$r_1 = (1) = 0,000310 - 0,000025 = 0,000285$ rad.

$r_2 = (2) = 0,000049 - 0,000002 = 0,000047$ rad.

$r_3 = (3) = 0,000039 + 0,000005 = 0,000044$ rad.

$r_4 = (4) = - 0,000493 - 0,000019 =$

$= - 0,000512$ rad.

adiante considerarmos a viga contínua com apoios extremos semi-encastrados ou com apoios assentando «elàsticamente».

1,9 — Seja, fig. 18, o tramo $\overline{AB}$. A questão que se pretende resolver é exprimir os momentos M_A e M_B e os esforços transversos Y_A e Y_B, em função das rotações $+ r_A$ e $+ r_B$ e da diferença de deslocamentos verticais $V_B - V_A$. O exame da figura permite-nos escrever :

QUARO *XVII* — Momentos de continuidade

Vigas contínuas

Unidades : *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert \widehat{ry} \rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $m \lvert \widehat{rr} \rvert_{AB}$	4 $f \lvert \widehat{rr} \rvert_{AB}$	5 r_A	6 r_B	7 1×2	8 3×5	9 4×6	10 $3 \times 6 = 9 + 9$	11 $4 \times 5 = \frac{1}{2} \times 8$	M_A $-7 + 8 + 9$	M_B $-7 + 10 + 11$
$\overline{1,2}$	1.209	0	2.417	1.036	$28,5 \times 10^{-5}$	$4,7 \times 10^{-5}$	0	0,689	0,057	0,114	0,344	0,746	0,458
$\overline{2,3}$	680	0	1.813	906	$4,7 \times 10^{-5}$	$4,4 \times 10^{-5}$	0	0,085	0,040	0,080	0,042	0,125	0,122
$\overline{3,4}$	888	0	2.072	1.208	$4,4 \times 10^{-5}$	$-51,2 \times 10^{-5}$	0	0,091	−0,530	−1,060	0,045	−0,439	−1,015

QUADRO *XVIII* — Esforços transversos

Vigas contínuas

Unidades : *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert yy \rvert_{AB}$	2 $V_A - V_A$	3 $\lvert yr \rvert_{AB}$	4 r_A	5 r_B	6 $4 + 5$	7 $1 + 2$	8 $3 + 6$	y_B $7 - 2$
$\overline{1,2}$	806	0	1.209	$28,5 \times 10^{-5}$	$4,7 \times 10^{-5}$	$33,2 \times 10^{-5}$	0	0,401	−0,401
$\overline{2,3}$	340	0	680	$4,7 \times 10^{-5}$	$4,4 \times 10^{-5}$	$9,1 \times 10^{-5}$	0	0,062	−0,062
$\overline{3,4}$	507	0	888	$4,4 \times 10^{-5}$	$-51,2 \times 10^{-5}$	$46,8 \times 10^{-5}$	0	−0,416	0,416

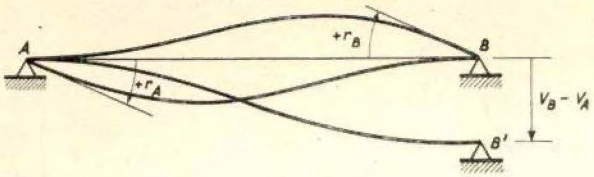


Fig. 18

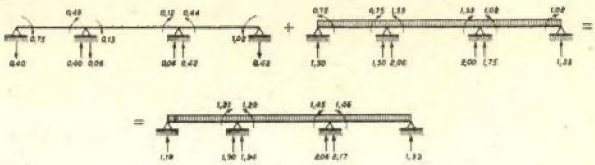


Fig. 19

$$
3)\quad \begin{cases}
M_A = -\left|\widehat{ry}\right|_{AB} \times (V_B - V_A) + \\
+ {}_m\left|\widehat{rr}\right|_{AB} \times r_A + {}_f\left|\widehat{rr}\right|_{AB} \times r_B \\
M_B = -\left|\widehat{ry}\right|_{AB} \times (V_B - V_A) + \\
+ {}_m\left|\widehat{rr}\right|_{AB} \times r_B + {}_f\left|\widehat{rr}\right|_{AB} \times r_A \\
Y_A = \left|\widehat{yy}\right|_{AB} \times (V_B - V_A) - \\
\quad \left|\widehat{yr}\right|_{AB} \times (r_A + r_B) = -Y_B
\end{cases}
$$

Estas fórmulas englobam os casos de assentamentos de apoio. Elas permitem a construção dos quadros XVII e XVIII em forma de impresso de cálculo, de preenchimento muito fácil.

Fornecem uma verificação final pois os esforços tranversos em cada tramo devem equilibrar os momentos de apoio respectivos.

Assim:

$$0{,}746 + 0{,}458 - 0{,}401 \times 3{,}0 = 0{,}001 \text{ t m}$$
$$0{,}125 + 0{,}122 - 0{,}062 \times 4{,}0 = 0{,}001 \text{ t m}$$
$$-0{,}439 - 1{,}015 + 0{,}416 \times 3{,}5 = 0{,}002 \text{ t m}$$

Temos os momentos e esforços transversos devidos à solicitação fictícia. Os devidos à solicitação real de 1.000 kg/m são obtidos na fig. 19.

1,10 — Já dissemos que o método de Cross é de aplicação expedita no cálculo das vigas contínuas de apoios fixos ou com assentamentos desiguais, mas não dependentes da reacção de apoio.

Já porém assim não sucede se se quere introduzir semi-encastramentos nos apoios extremos ou se os assentamentos são «elásticos», isto é, proporcionais às reacções de apoio.

De facto as resoluções destas duas questões pelo método de Cross são trabalhosas, mais a segunda que a primeira. Pelo contrário, o método de relaxação resolve a primeira pràticamente com o mesmo trabalho exigido pela hipótese de apoios articulados e a segunda também muito fàcilmente.

Consideremos em primeiro lugar o semi-encastramento. Seja a mesma viga do exemplo anterior mas tendo no apoio *1* um encastramento definido por $K = {}^1/_4$ (K = grau de encastramento) e no apoio 4, $K = {}^1/_2$.

Os factores de operação dos apoios extremos estão calculados na folha n.º 3, fig. 20. Permitem formar, juntamente com os já calculados, na folha n.º 1, o Quadro XIX e a partir deste, o Quadro XX, em que se faz a relaxação respectiva.

QUADRO XIX — Factores de operação

Unidades: tonelada, metro

	Tipo	1 N_1	2 N_2	3 N_3	4 N_4	N'_1	N'_4	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
1	$r_1 = +1$	−3223	−1209	0	0	804	0	−1209	1209	0	0
2	$r_2 = +1$	−1209	−4230	−906	0	0	0	−1209	529	680	0
3	$r_3 = +1$	0	−906	−3885	−1036	0	0	0	−680	−208	888
4	$r_4 = +1$	0	0	−1036	−4144	0	2072	0	0	−888	888

Verificações:

$$(1): -3223 - 1208 + 804 + 1209 \times 3 = 0$$
$$(4): -1036 - 4144 + 2072 + 888 \times 3{,}5 = 0$$

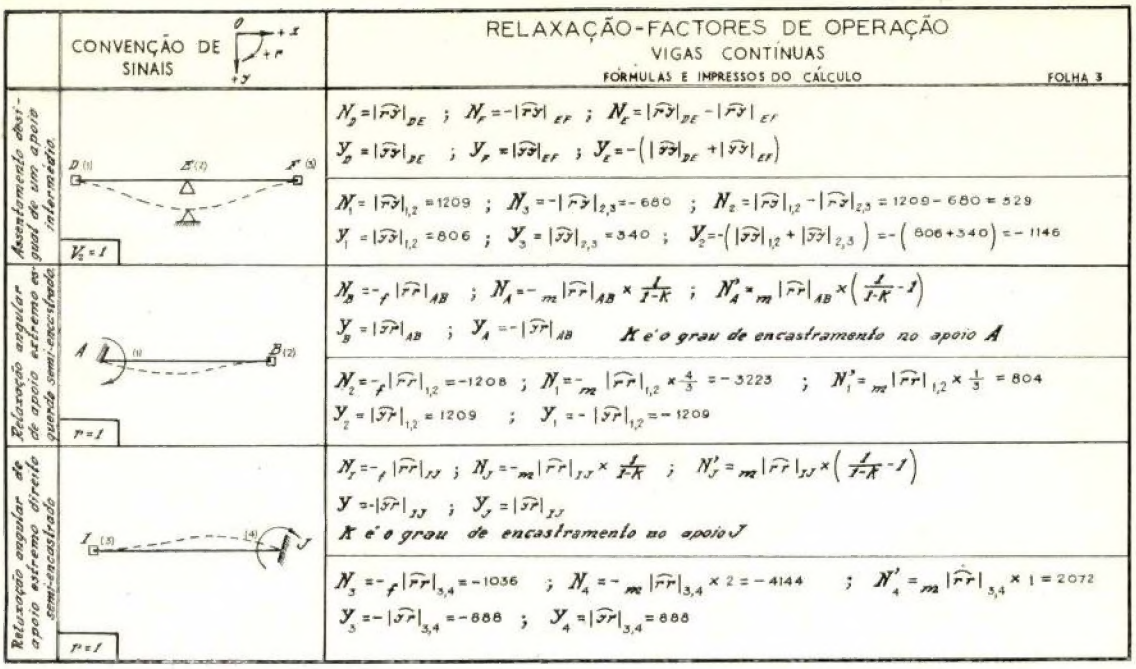


Fig. 20

QUADRO XX — Relaxação

Unidades: tonelada, metro

Tipo	Valor da relaxação	1 N_1	2 N_2	3 N_3	4 N_4	N.º
		0,750	0,583	— 0,313	— 1,020	
4	— 0,000248	0	0	0,250	1,020	1
		0,750	0,583	— 0,063	0	
1	0,000232	— 0,750	— 0,270	0	0	2
		0	0,313	— 0,063	0	
2	0,000074	— 0,090	— 0,313	— 0,067	0	3
		— 0,090	0	— 0,130	0	
3	— 0,000034	0	0,030	0,130	0,035	4
		0,090	0,030	0	0,035	
1	— 0,000028	0,090	0,034	0	0	5
		0	0,064	0	0,035	
2	0,000015	— 0,018	— 0,064	— 0,014	0	6
		— 0,018	0	— 0,014	0,035	
4	0,000008	0	0	— 0,004	— 0,035	7
		— 0,018	0	— 0,018	0	
3	— 0,000005	0	0,004	0,018	0,005	8
		— 0,018	0,004	0	0,005	
1	— 0,000006	0,018	0,007	0	0	9
		0	0,011	0	0,005	
2	0,000003	— 0,003	— 0,011	— 0,002	0	10
		— 0,003	0	— 0,002	0,005	

Deformações totais:

$$r_1 = (1) = (23{,}2 - 2{,}8 - 0{,}6)\ 10^{-5} = 19{,}8 \times 10^{-5}$$
$$r_2 = (2) = (7{,}4 + 1{,}5 + 0{,}3)\ 10^{-5} = 9{,}2 \times 10^{-5}$$
$$r_3 = (3) = (-3{,}4 - 0{,}5) \times 10^{-5} = -3{,}9 \times 10^{-5}$$
$$r_4 = (4) = (-24{,}8 + 0{,}8) \times 10^{-5} = -24{,}0 \times 10^{-5}$$

É interessante observar que os ângulos de rotação aos apoios 1 e 4 não são exactamente o produto do grau de encastramento respectivo pelos ângulos obtidos no primeiro exemplo, como inadvertidamente se poderia supor. Isto é devido à influência que os semi-encastramentos exercem um sobre o outro.

Os quadros XXI, XXII e XXIII completam o cálculo deste exemplo.

A fig. 21 mostra os momentos e esforços transversos finais reinantes na viga contínua.

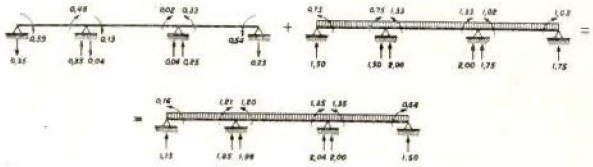


Fig. 21

Como se viu o cálculo das vigas contínuas com semi-encastramentos dos apoios extremos é fàcilmente resolvido pelo método de relaxação.

QUADRO XXI — Verificação

Unidade: Tonelada, metro

Deformações	Acções residuais				Reacções de apoio					
	N_1	N_2	N_3	N_4	$-N'_1$	$-N'_4$	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
	0,750	0,583	−0,313	−1,020						
$r_1 = 19{,}8 \times 10^{-5}$	−0,640	−0,238	0	0	−0,159	0	0,238	−0,238	0	0
$r_2 = 9{,}2 \times 10^{-5}$	−0,110	−0,388	−0,083	0	0	0	0,110	−0,049	−0,063	0
$r_3 = 3{,}9 \times 10^{-5}$	0	0,035	0,151	0,040	0	0	0	−0,027	−0,008	0,035
$r_4 = 24{,}0 \times 10^{-5}$	0	0	0,248	0,981	0	0,497	0	0	−0,214	0,214
	0	−0,008	0,003	0,001	−0,159	0,497	0,348	−0,314	−0,285	0,249

Verificação das reacções de apoio:

Equilíbrio de forças: $0{,}348 + 0{,}249 - 0{,}314 - 0{,}285 = 0{,}02$

Equilíbrio de momentos: $0{,}750 + 0{,}583 - 0{,}313 - 1{,}020 - 0{,}159 + 0{,}497 - 0{,}314 \times 3 - 0{,}285 \times 7 + 0{,}249 \times 10{,}5 = 0{,}016$

1,11 — Vamos admitir que os apoios da viga contínua sofrem assentamentos «elásticos». Estes assentamentos são definidos pela força com que o apoio reage por cada assentamento unitário sofrido.

A viga cujos apoios cedem assim, vai deformando-se até conseguir obter dos apoios aquelas reacções de que a sua rigidez necessita para conseguir suportar as acções exteriores sem rotura da sua continuidade.

Rigorosamente a questão dos assentamentos de apoio deveria quase sempre ser posta deste modo. Se assim não se faz, isso é devido não só à dificuldade que existe em definir o grau de reacção elástica do apoio, mas também porque os métodos de cálculo não abordavam fàcilmente este problema. Vejamos como o método de relaxação o resolve.

Suponhamos que os 4 apoios de viga contínua que temos calculado reagem com 3.600 t/m. As folhas n.os 1 e 2 de cálculo dos factores de operação, figs. n.os 17 e 22, (1) permitem calcular fàcilmente os factores correspondentes ao assentamento elástico dos apoios extremos e intermédios de uma viga contínua.

Com eles formamos um novo quadro de factores de operação, Quadro XXIV.

(1) As folhas apresentadas incluem ainda o cálculo dos factores de operação relativos a assentamentos desiguais dos apoios, embora não se tenha apresentado nenhum exemplo com esta solicitação.

As linhas 9 e 10 do Quadro XXIV são duas relaxações de grupo. Sabemos que os assentamentos dos apoios intermédios são aproximadamente iguais e de valores superiores aos assentamentos dos apoios extremos. Convém, portanto, agrupar as relaxações respectivas.

Deve-se sempre procurar formar relaxações de grupo, de acordo com o conhecimento que tivermos da forma como a estrutura se deforma sob a acção das acções que localizamos nos apoios. Consegue-se assim uma maior rapidez na convergência das aproximações sucessivas.

O Quadro XXV apresenta a relaxação deste exemplo. Além do emprego das relaxações de grupo, faz-se notar o facto de em algumas operações não se anular a força residual respectiva. O exame do Quadro XXIV permite-nos concluir, por exemplo, que N_1 é influenciado negativamente por todas as relaxações menos a n.º 6 e pela que resulta desta, a n.º 9. Deve-se ao actuar sobre N_1 deixar na sujeição uma força residual positiva que será depois anulada pelo efeito negativo das relaxações seguintes.

Outra particularidade do Quadro XXIV é o sinal que se deu às rotações r_3 e r_4. Como os momentos que actuam nos apoios 3 e 4 são negativos, pode-se supor que as rotações que originam sejam também negativas (1).

A atribuição do sinal correcto às relaxações

(1) Os assentamentos dos apoios podem fazer que assim não seja.

QUADRO *XXII* — Momentos de continuidade

Vigas contínuas

Unidades: *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert \widehat{ry} \rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $m \lvert \widehat{rr} \rvert_{AB}$	4 $f \lvert \widehat{rr} \rvert_{AB}$	5 r_A	6 r_B	7 1×2	8 3×5	9 4×6	10 $3 \times 6 = 9 + 9$	11 $4 \times 5 = \frac{1}{2} \times 8$	M_A $7 + 8 + 9$	M_B $7 + 10 + 11$
$\overline{1,2}$	1.209	0	2.417	1.208	$19{,}8 \times 10^{-5}$	$9{,}2 \times 10^{-5}$	0	0,479	0,111	0,222	0,239	0,590	0,461
$\overline{2,3}$	680	0	1.813	906	$9{,}2 \times 10^{-5}$	$-3{,}9 \times 10^{-5}$	0	0,167	−0,035	−0,070	0,084	0,132	0,014
$\overline{3,4}$	888	0	2.072	1.036	$-3{,}9 \times 10^{-5}$	$-24{,}0 \times 10^{-5}$	0	−0,081	−0,249	−0,498	−0,040	−0,030	−0,538

QUADRO *XXIII* — Esforços transversos

Vigas contínuas

Unidades: *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert \widehat{yy} \rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $\lvert \widehat{yr} \rvert_{AB}$	4 r_A	5 r_B	6 $4 + 5$	7 1×2	8 3×6	Y_B $7 - 8$
$\overline{1,2}$	806	0	1.209	$19{,}8 \times 10^{-5}$	$9{,}2 \times 10^{-5}$	$29{,}0 \times 10^{-5}$	0	0,351	−0,351
$\overline{2,3}$	340	0	680	$9{,}2 \times 10^{-5}$	$-3{,}9 \times 10^{-5}$	$5{,}3 \times 10^{-5}$	0	0,036	−0,036
$\overline{3,4}$	507	0	888	$-3{,}9 \times 10^{-5}$	$-24{,}0 \times 10^{-5}$	$-27{,}9 \times 10^{-5}$	0	−0,248	0,248

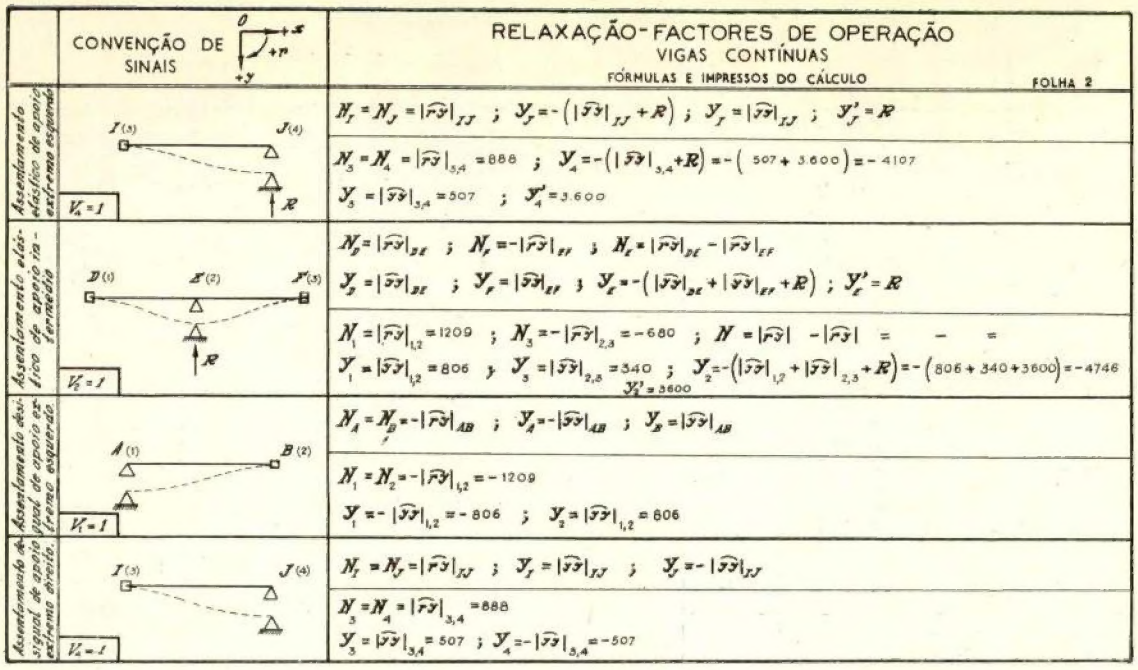


Fig. 22

QUADRO XXIV — Factores de operação

Unidades : Tonelada, metro

	Tipo	1 N_1	2 N_2	3 N_3	4 N_4	5 Y_1	5 Y_2	7 Y_3	8 Y_4	Y'_1	Y'_2	Y'_3	Y'_4
1	$r_1 = +1$	−2417	−1208	0	0	−1209	1209	0	0	0	0	0	0
2	$r_2 = +1$	−1208	−4230	−906	0	−1209	529	680	0	0	0	0	0
3	$r_3 = +1$	0	906	3885	1036	0	680	208	−888	0	0	0	0
4	$r_4 = +1$	0	0	1036	2072	0	0	888	−888	0	0	0	0
5	$V_1 = +1$	−1209	−1209	0	0	−4406	806	0	0	3600	0	0	0
6	$V_2 = +1$	1209	529	−680	0	806	−4746	340	0	0	3600	0	0
7	$V_3 = +1$	0	680	−208	−888	0	340	−4447	507	0	0	3600	0
8	$V_4 = +1$	0	0	888	888	0	0	507	−4107	0	0	0	3600
9	$V_2 = V_3 = +1$	1209	1209	−888	−888	806	−4406	−4107	507	0	3600	3600	0
10	$V_1 = V_4 = +1$	−1209	−1209	888	888	−4406	806	507	−4107	3600	0	0	3600

Verificações :

(5) : − 1209 − 1209 + 806 × 3,0 = 0
(6) : 1209 + 526 − 680 − (4746 − 3.600) × 3,0 + 340 × 7,0 = 0
(7) : 680 − 208 − 888 − 340 × 4,0 + 507 × 3,5 = 0
(8) : 888 + 888 − 507 × 3,5 = 0
(9) : 1209 + 1209 − 888 − 888 − 4406 × 3,0 − 4107 × 7,0 + 507 × 15,5 + 3600 × 3,0 + 3600 × 7, =
(10) : − 1209 − 1209 + 888 + 888 + 806 × 3,0 + 507 × 7,0 − 4107 × 10,5 + 3600 × 10,5 = 2

apresenta a vantagem de as relaxações positivas indicarem que se está a caminhar para a convergência final. Isto não significará, mesmo atribuindo correctamente os sinais a todos os factores de operação, que não seja muitas vezes necessário fazer relaxações negativas para desfazer relaxações positivas exageradas. Assim no Quadro XXV as relaxações n.os 14 e 16 são pequenos ajustamentos deste tipo.

Todos estes e outros critérios que se devem

QUADRO XXV — Relaxação

Unidades : Tonelada, metro

Tipo	Valor da relaxação	1 N_1	2 N_2	3 N_3	4 N_4	5 Y_1	6 Y_2	7 Y_3	8 Y_4	N.º
		0,750	0,583	—0,313	—1,020	1,500	3,500	3,750	1,750	
9	0,001020	1,235	1,235	—0,905	—0,905	0,822	—4,500	—4,200	0,515	1
		1,985	1,818	—1,218	—1,925	2,322	—1,000	—0,450	2,265	
1	0,000579	—1,400	—0,700	0	0	—0,700	0,700	0	0	2
		0,585	1,118	—1,218	—1,925	1,622	—0,300	—0,450	2,265	
2	0,000188	—0,228	—0,800	—0,171	0	—0,228	0,100	0,128	0	3
		0,357	0,318	—1,389	—1,925	1,394	—0,200	—0,322	2,265	
4	0,000725	0	0	0,750	1,500	0	0	0,642	—0,642	4
		0,357	0,318	—0,639	—0,425	1,394	—0,200	0,320	1,623	
10	0,000272	—0,328	—0,328	0,242	0,242	—1,200	0,219	0,138	—1,120	5
		0,029	—0,010	—0,397	—0,183	0,194	0,019	0,458	0,503	
7	0,000123	0	0,084	—0,025	—0,109	0	0,042	—0,550	0,062	6
		0,029	0,074	—0,422	—0,292	0,194	0,061	—0,092	0,565	
8	0,000120	0	0	0,106	0,106	0	0	0,061	—0,500	7
		0,029	0,074	—0,316	—0,186	0,194	0,061	—0,031	0,065	
3	0,000077	0	0,070	0,300	0,080	0	0,053	0,016	—0,068	8
		0,029	0,144	—0,016	—0,106	0,194	0,114	—0,015	—0,003	
5	0,000048	—0,059	—0,059	0	0	—0,214	0,039	0	0	9
		—0,030	0,085	—0,016	—0,106	—0,020	0,153	—0,015	—0,003	
6	0,000032	0,039	0,017	—0,022	0	0,022	—0,153	0,011	0	10
		0,009	0,102	—0,038	—0,106	0,007	0	—0,004	—0,003	
4	0,000051	0	0	0,053	0,106	0	0	0,045	—0,045	11
		0,009	0,102	0,015	0	0,007	0	0,041	—0,048	
2	0,000024	—0,029	—0,102	—0,022	0	—0,029	0,013	0,016	0	12
		—0,020	0	—0,007	0	—0,022	0,013	0,057	—0,048	
7	0,000013	0	0,009	—0,003	—0,011	0	0,004	—0,057	0,007	13
		—0,020	0,009	—0,010	—0,012	—0,022	0,017	0	—0,041	
8	—0,000010	0	0	0,009	—0,009	0	0	—0,005	0,041	14
		—0,020	0,009	—0,019	—0,020	—0,022	0,017	—0,005	0	
4	0,000010	0	0	0,010	0,020	0	0	0,008	—0,008	15
		—0,020	0,009	—0,009	0	—0,022	0,017	0,003	—0,008	
1	—0,000010	0,025	0,012	0	0	0,012	—0,012	0	0	16
		0,005	0,021	—0,009	0	—0,010	0,005	0,003	—0,008	
2	0,000005	—0,006	—0,021	—0,005	0	—0,006	0,003	0,003	0	17
		—0,001	0	—0,014	0	—0,016	0,008	0,006	—0,008	
3	0,000004	0	0,003	0,014	0,004	0	0,002	0,001	—0,003	18
		—0,001	0,003	0	0,004	—0,016	0,010	0,007	—0,011	

Deformações totais :

$r_1 = (1) = 0{,}000579 - 0{,}000010 = 0{,}000569$ rad

$r_2 = (2) = 0{,}000188 + 0{,}000024 + 0{,}000005 = 0{,}000217$ rad

$r_3 = -(3) = -(0{,}000077 + 0{,}000004) = - = 0{,}000081$ rad

$r_4 = -(4) = -(0{,}000725 + 0{,}000051 + 0{,}000001) = -0{,}000786$ rad

$V_1 = (5) + (10) = 0{,}000272 + 0{,}000048 = 0{,}000320$ m

$V_2 = (6) + (9) = 0{,}001020 + 0{,}000032 = 0{,}001052$ m

$V_3 = (7) + (9) = 0{,}001020 + 0{,}000123 + 0{,}000013 = 0{,}001156$ m

$V_4 = (8) + (10) = 0{,}000272 + 0{,}000120 - 0{,}000010 = 0{,}000382$ m

ter presentes ao fazer uma relaxação são fàcilmente percebidos após se terem praticado alguns exemplos.

Os Quadros XXVI, XXVII e XXVIII são a continuação do cálculo desta viga contínua. A fig. 23 apresenta os momentos e os esforços transversos finais e na fig. 24 desenha-se o esquema da viga deformada.

QUADRO XXVI — Verificação

Unidades: Tonelada, metro

Deformações	Acções residuais								Reacções de apoio			
	N_1	N_2	N_3	N_4	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y'_1	Y'_2	Y'_3	Y'_4
	0,750	0,583	—0,313	—1,020	1,500	3,500	3,750	1,750				
$r_1 = 57,9 \times 10^{-5}$	—1,399	—0,699	0	0	—0,699	0,699	0	0	0	0	0	0
$r_2 = 21,7 \times 10^{-5}$	—0,262	—0,918	—0,197	0	—0,262	0,115	0,148	0	0	0	0	0
$r_3 = -8,1 \times 10^{-5}$	0	0,073	0,315	0,084	0	0,055	0,017	—0,072	0	0	0	0
$r_4 = -78,6 \times 10^{-5}$	0	0	0,814	1,628	0	0	0,698	—0,698	0	0	0	0
$V_1 = 32,0 \times 10^{-5}$	—0,387	—0,387	0	0	—1,410	0,258	0	0	—1,152	0	0	0
$V_2 = 105,2 \times 10^{-5}$	1,272	0,557	—0,715	0	0,848	—4,993	0,358	0	0	—3,787	0	0
$V_3 = 115,6 \times 10^{-5}$	0	0,786	—0,240	—1,027	0	0,393	—5,141	0,586	0	0	—4,162	0
$V_4 = 38,3 \times 10^{-5}$	0	0	0,339	0,339	0	0	0,193	—1,569	0	0	0	—1,375
	—0,026	—0,005	0,003	0,004	—0,023	—0,028	—0,023	—0,003	—1,152	—3,787	—4,162	—1,375

Verificação das reacções de apoio:

$$0,750 + 0,583 - 0,313 - 1,020 + 3,50 \times 3 + 3,750 \times 7 + 1,750 \times 10,5 - 3,787 \times 3 - 4,162 \times 7 - \\ - 1,375 \times 10,5 = 0,192 \text{ tm}$$

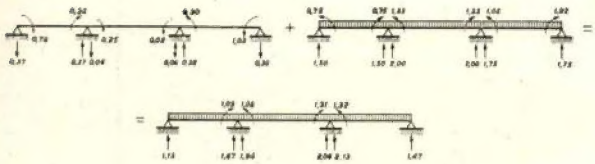


Fig. 23

Fig. 24

1,12 — A maneira fácil como a relaxação resolve o cálculo de uma viga contínua sobre apoios com assentamentos elásticos, levou-nos a pensar na sua aplicação ao cálculo das vigas de fundação, que é em geral, como se sabe, feito pela teoria da viga elástica sobre suporte contínuo elástico. Trata-se de um cálculo feito à custa de extensos desenvolvimentos matemáticos, que permitem obter fórmulas muito complicadas para o cálculo do momento, esforços transversos e assentamentos [1]. Supõe-se, portanto, ser de grande vantagem a utilização para cálculos deste tipo de um método de aproximações sucessivas de aplicação geral.

Logo de início se sentiu que fornecendo a relaxação as deformações lineares duma estrutura qualquer, a aplicação deste método teria o grande interesse de nos fazer conhecer fàcilmente os assentamentos desiguais dos vários pontos duma viga contínua, devidos à flexão provocada pelo assentamento do terreno.

O cálculo de uma fundação é feito sobre hipóteses muito simplificadoras da reacção do solo de fundação. Este é caracterizado pelo seu coeficiente de reacção k_s, que indica o número de kg/cm² necessário para provocar um assentamento de 1 cm. Supõe-se que ao longo de uma fundação e para um solo de características pouco variáveis, k_s é constante.

Ao fazer-se o cálculo duma viga de fundação há que a dimensionar de forma a garantir-se não só a sua segurança à ruptura, mas também a do próprio solo de fundação. A primeira condição exige o cálculo dos momentos e esforços transversos instalados na viga e, a partir deles, a determinação das tensões a que o material da viga está sujeito. A segunda obriga a conhecer as pressões transmitidas ao solo de fundação para se ter a garantia de que a sua tensão de

(1) M. Hetényi, «Beams on elastic foundation» The University of Michigan Press, Ann Arbor, 1946.

QUADRO XXVII — Momentos de continuidade

Vigas contínuas

Unidades : *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert\widehat{yy}\rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $m\lvert\widehat{rr}\rvert_{AB}$	4 $f\lvert\widehat{rr}\rvert_{AB}$	5 r_A	6 r_B	7 1×2	8 3×5	9 4×6	10 $3 \times 6 = 9 + 9$	11 $4 \times 5 = \frac{1}{2} \times 8$	M_A $-7 + 8 + 9$	M_B $-7 + 10 + 11$
$\overline{1,2}$	1.209	$73,2 \times 10^{-5}$	2.417	1.208	$57,9 \times 10^{-5}$	$21,7 \times 10^{-5}$	0,885	1,399	0,262	0,524	0,699	0,776	0,338
$\overline{2,3}$	680	$10,4 \times 10^{-5}$	1.813	906	$21,7 \times 10^{-5}$	$-8,1 \times 10^{-5}$	0,071	0,393	−0,073	−0,146	0,196	0,249	−0,021
$\overline{3,4}$	888	$-77,4 \times 10^{-5}$	2.072	1.036	$-8,1 \times 10^{-5}$	$-78,6 \times 10^{-5}$	−0,687	−0,168	−0,814	−0,628	−0,084	−0,295	−1,025

QUARO XXVIII — Esforços transversos

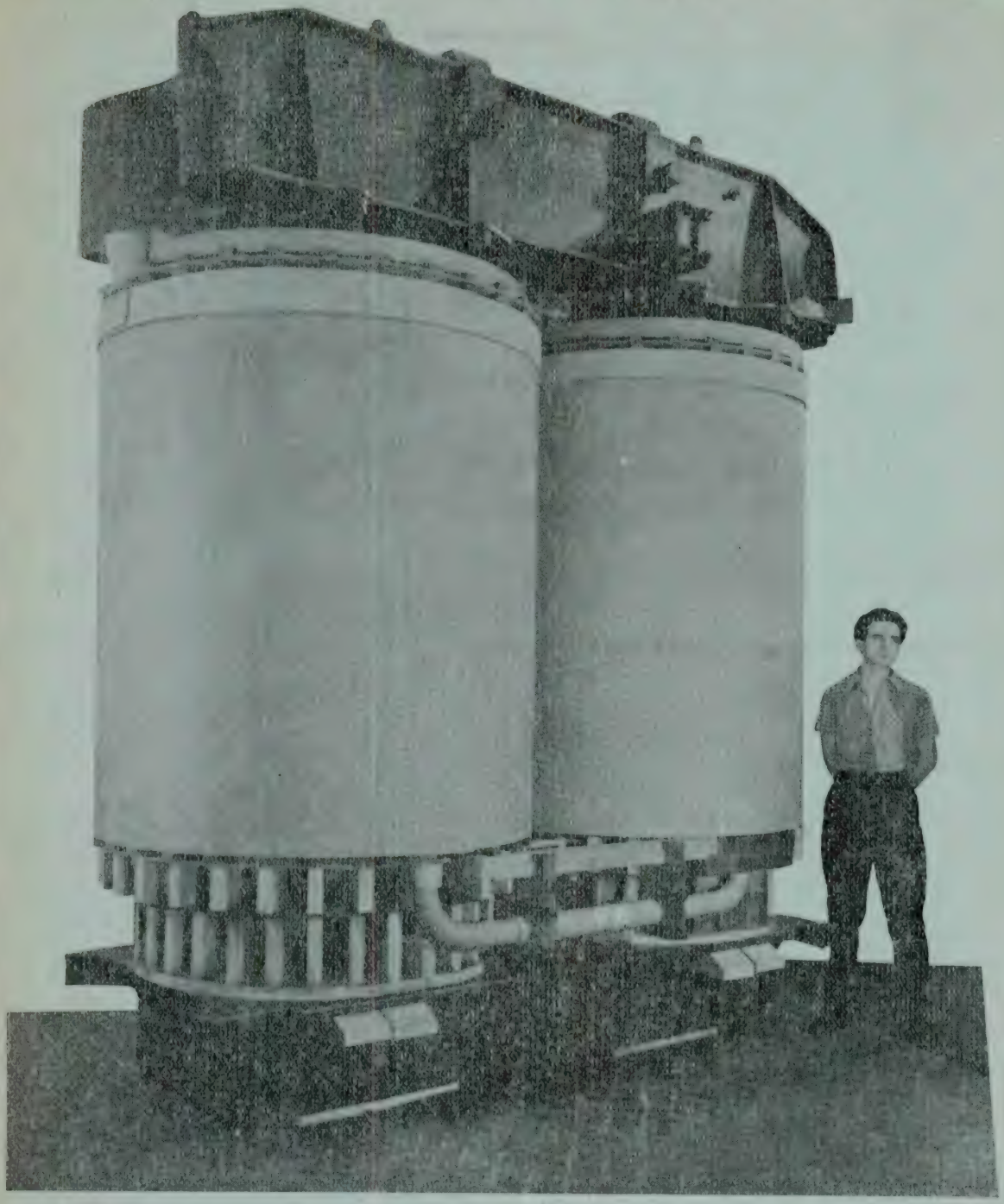
Vigas contínuas

Unidades : *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert\widehat{yy}\rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $\lvert\widehat{yr}\rvert_{AB}$	4 r_A	5 r_B	6 $4 + 5$	7 1×2	8 3×6	y_B $7 - 8$
$\overline{1,2}$	806	$73,2 \times 10^{-5}$	1.209	$57,9 \times 10^{-5}$	$21,7 \times 10^{-5}$	$79,6 \times 10^{-5}$	0,590	0,962	−0,372
$\overline{2,3}$	340	$10,4 \times 10^{-5}$	680	$21,7 \times 10^{-5}$	$-8,1 \times 10^{-5}$	$13,6 \times 10^{-5}$	0,035	0,092	−0,057
$\overline{3,4}$	507	$-77,4 \times 10^{-5}$	888	$-8,1 \times 10^{-5}$	$-78,6 \times 10^{-5}$	$-86,7 \times 10^{-5}$	−0,392	−0,770	0,378

SAVOISIENNE

Ateliers de Constructions de Transformateurs de la Compagnie Générale d'Electricité



ESPANHA — Um dos 28 Transformadores monofásicos 11/132/220 kV. Potência, 20.880 KVA, fornecidos para a nova rede espanhola 220 kV.

DELEGADOS EM PORTUGAL

AGÊNCIA GERAL DE MATERIAL ELÉCTRICO, L.DA

Rua dos INDUSTRIAIS, 4, 1.º ❋ LISBOA ❋ Telefones 6 0692 - 6 6082

CONSULTE...

SETEC

PARA ESTUDOS E FORNECIMENTOS RELATIVOS A

- FORÇA MOTRIZ
- PRODUÇÃO E CONDUÇÃO DE VAPOR
- TRATAMENTO DE ÁGUAS
- REFRIGERAÇÃO INDUSTRIAL
- MATERIAL ELECTRICO
- TRANSPORTE E DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA
- TRACÇÃO EM CAMINHOS DE FERRO
- CALDEIRARIA E MECÂNICA PESADA
- ELEVAÇÃO E MANUTENÇÃO
- EQUIPAMENTO PARA METALURGIA
- REFINAÇÃO DE AÇÚCAR
- ENSAIOS LABORATORIAIS

SOCIEDADE DE ESTUDOS TÉCNICOS S. A. R. L.

RUA MARQUÊS DE FRONTEIRA, 8 - TEL. 48165/7 - LISBOA

TOPOGRAFIA GERAL

Pelo Eng.º Carvalho Xerez

2 VOLUMES

Preço de cada volume encadernado

150$00

Desconto de 10 % aos assinantes

EDIÇÃO DA TÉCNICA

OFICINAS E LABORATÓRIOS
DO
INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de CARPINTARIA DE MOLDE, de INSTRUMENTOS DE PRECISÃO e de ELECTROTÉCNICA, fornecem todo o género de material escolar e de demonstração para o ensino técnico. Nos laboratórios de QUÍMICA ANALÍTICA, FÍSICA INDUSTRIAL E DE MINERALOGIA executam-se análises para o público

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva

segurança não é ultrapassada. Ao lado destas duas questões fundamentais outras duas se põem, por vezes com grande importância: a dos efeitos que os assentamentos desiguais têm sobre a superestrutura e os inconvenientes que podem resultar dos assentamentos de conjunto exagerados.

A maneira prática de resolver estas questões é cabalmente fornecida pela relaxação: todas elas dependem fundamentalmente dos assentamentos ([1]). Com efeito, a superfície da viga de fundação é inicialmente definida admitindo um assentamento uniforme e portanto uma reacção do solo constante ao longo dela. Mas isto pressupõe que a rigidez da viga é infinita, isto é, que a viga não se deforma. Pràticamente, porém, toda a viga se deforma originando assentamentos desiguais e portanto reacções diferentes do solo ao longo do seu comprimento. Pode assim suceder que embora se tenha uma pressão média inferior à pressão de segurança do solo, este suporte, em determinados pontos, valores exagerados incompatíveis com as possibilidades da superestrutura. O remédio, quando assim suceder, será aumentar a rigidez da viga de fundação de forma a reduzir os assentamentos desiguais a um valor aceitável.

A terceira questão posta foi a da influência destes assentamentos na estabilidade da superestrutura. A relaxação permite entrar fàcilmente com os seus valores no cálculo desta, como se verá adiante. Porém é, muitas vezes, mais conveniente atenuar esses assentamentos desiguais do que considerá-los no dimensionamento da superestrutura. O modo de conseguir esta diminuição será ainda aumentando a rigidez da viga de fundação ou quando isto não baste, actuar sobre a rigidez dos elementos horizontais que formam o primeiro piso da estrutura que se pretende calcular; além de se contribuir eficazmente para aquela diminuição, concentram-se neste piso os efeitos dos assentamentos desiguais.

Por último foca-se o caso de o valor dos assentamentos totais ser tal que prejudique as ligações da superestrutura com o exterior. Há que reduzi-los a valores aceitáveis e o remédio, àparte a utilização de outros tipos de fundação, será aumentar a superfície de contacto da fundação de forma a obter do solo uma maior reacção por unidade de assentamento.

Em resumo pode dizer-se que todas as questões relativas ao cálculo de uma viga de fundação se resolvem actuando quer na sua rigidez quer na sua superfície de contacto com o solo. Para que o seu dimensionamento seja o mais correcto e económico possível, objectivo permanente do engenheiro, será necessário conhecer além dos esforços instalados na viga, os assentamentos ao longo do seu comprimento.

A relaxação é o único método que fornece estes valores na sequência normal do desenvolvimento dos cálculos. Parece-nos, pois, especialmente indicado para o cálculo de fundações directas.

1,13 — Estas são as questões iniciais que interessava focar como introdução lógica à exposição que a seguir fazemos.

O que se pretende é, simplesmente, substituir a viga sobre apoio contínuo «elástico» por uma outra, contínua sobre apoios isolados reagindo «elàsticamente» com um valor que se obtém a partir de k_s e da superfície da viga no troço relativo a cada um dos apoios.

Esta simplificação, a de substituir uma acção distribuída pela sua resultante, é corrente em muitos outros problemas de estática em que é possível obter muito maior «precisão» do que a existente no conhecimento da reacção de um solo.

A questão de se saber quantos apoios «fictícios» se devem considerar e como os devemos localizar é delicada: só será bem resolvida se os apoios permitirem que a viga possa ter uma deformada final semelhante à que ela tem quando repousa sobre suporte contínuo elástico e se, além disso, ela ficar sujeita a condições idênticas de trabalho. Só então poderá dizer-se que a única simplificação feita foi a substituição de uma acção distribuída pela sua resultante concentrada.

A fig. 25 vai-nos permitir desenvolver estas ideias. Seja, por exemplo, a viga de fundação de dois pilares que descarregam, cada um, uma carga concentrada de 50 t. Se esta viga assenta sobre um suporte contínuo elástico, ela deforma-se como a fig. 25,b) mostra. Esta deformada é semelhante à que se obtém supondo a viga contínua sobre os apoios A, B, C, que assentam

([1]) Friza-se que se está admitindo a hipótese da discontinuidade do solo, isto é, que os assentamentos em cada ponto da superfície dependem apenas das pressões aí exercidas, hipótese que muitas vezes se afasta sensìvelmente da realidade.

«elàsticamente». Se nos contentássemos em satisfazer apenas esta condição, bastaria concentrar nestes apoios a reacção elástica do terreno relativa aos troços AA', A'B' e B'C. A relaxação seria em seguida aplicada como no exemplo da alínea anterior se fez.

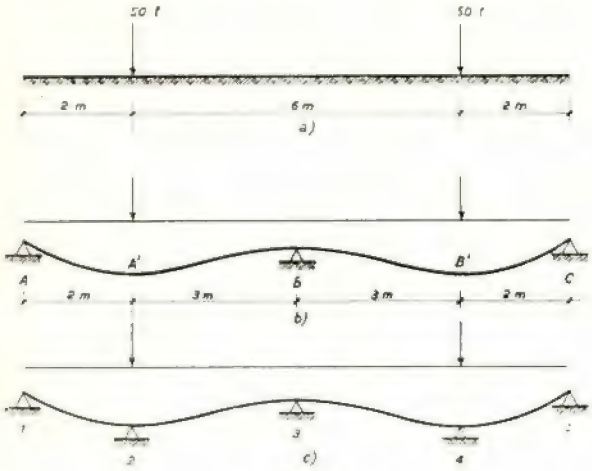


Fig. 25

Isto porém não está certo. De facto, se a viga está sobre suporte contínuo elástico, tudo se passa como se a sua flexão resultasse apenas dos assentamentos desiguais do solo, mantendo-se sempre a viga em contacto com este; assim as cargas que sobre ela actuam não originam flexões «directas», mas só flexões «indirectas» devidas aos assentamentos desiguais que essas cargas originam.

Os apoios que se criaram na fig. 25, b) colocam as cargas concentradas de modo tal que originam flexões directas na viga. A solução simplificada não é elásticamente semelhante à real.

Suponhamos, porém, que além dos apoios já estabelecidos se fixam mais dois por baixo das cargas concentradas, fig. 25,c). Então estas não originam flexões directas, mas sim só as que resultam dos assentamentos desiguais dos seus apoios. As condições elásticas são semelhantes às existentes no problema real e a simplificação é viável.

A viga indicada na fig. 25 é uma das estruturas que a seguir se calculam. A comparação dos resultados obtidos com os dados pelo método de cálculo de viga sobre suporte contínuo elástico mostra que o método da relaxação, aplicado como se indica, conduz a valores *muito* aproximados.

Se a viga é uniformemente carregada, a hipótese teòricamente admitida de o solo reagir elàsticamente de uma maneira uniforme obriga a viga a sofrer um assenta constantemento em toda a sua extensão; não haverá flexão e o assentamento total obtém-se fàcilmente igualando a reacção do solo à sobrecarga.

Se a viga tem os seus extremos impedidos de assentar livremente (apoiados ou encastrados) ou se a carga uniforme não é estendida a todo o seu comprimento, o assentamento não é uniforme e a viga flecte. A maneira de a calcular, se se quiser aplicar o método de relaxação, será concentrar nos pontos escolhidos para apoios da viga contínua não só a reacção elástica do solo mas também as cargas uniformes.

No segundo exemplo que a seguir apresentamos, supomos os extremos da viga encastrados e esta uniformemente carregada. Por ele se vê que o encastramento simplifica bastante o cálculo da viga, pois reduz muito a sua deformabilidade.

1.º Exemplo — Seja a viga da fig. 25, com $1{,}50 \times 1{,}00$ m de secção. O coeficiente de reacção do solo é de 4 kg/cm³. As reacções elásticas dos apoios, são:

$R_1 = 100 \times 100 \times 4 = 40.000$ kg/m $= 0{,}4 \times 10^4$ t/m; $R_2 = 1{,}0 \times 10^4$ t/m; R_3 $1{,}2 \times 10^4$ t/m; $R_4 = 1{,}0$ t/m; $R_5 = 0{,}4 \times 10^{-4}$ t/m

Seguindo o critério geral, começa-se por considerar uma solicitação constituída por forças iguais e opostas às reacções dos tramos supostos encastrados. Formam-se em seguida os quadros dos coeficientes de influência e a partir destes o dos factores de operação, calculados nos impressos respectivos.

Em virtude da simetria da viga, será: $V_2 = V_4$, $V_1 = V_5$, $r_1 = -r_5$ e $r_2 = -r_4$. O Quadro XXIX inclui estas quatro relaxações de grupo.

Ao efectuarmos o cálculo dos factores de operação, ressalta logo a pequena influência que tem a reacção do solo em face da resistência que a viga oferece. Assim, na operação n.º 7 esta vale $114{,}8 \times 10^4$ enquanto aquela se resume a $1{,}0 \times 10^4$.

Esta observação é muito importante pois ela diz-nos que pequenas relaxações verticais introduzem, nas sujeições respectivas, forças elevadas,

QUADRO XXIX — Coeficientes de influência

Vigas contínuas

Unidades : *Tonelada, metro*

$$\left|\widehat{yy}\right| = 12 \times \frac{B}{L^3} \; ; \; \left|\widehat{ry}\right| = \left|\widehat{yr}\right| = 6 \times \frac{B}{L^2} \; ; \; {}_m\left|\widehat{rr}\right| = 4\,\frac{B}{L} \; ; \; {}_f\left|\widehat{rr}\right| = 2\,\frac{B}{L}$$

Elementos	E	I	B	L	$\left\|\widehat{yy}\right\|$	$\left\|\widehat{ry}\right\|$ $\left\|\widehat{yr}\right\|$	$\left\|\widehat{rr}\right\|$ m	$\left\|\widehat{rr}\right\|$ f
$\overline{1,2}$, $\overline{4,5}$	21×10^5	0,28125	$5,906 \times 10^5$	2,0	$88,6 \times 10^4$	$88,5 \times 10^4$	$118,1 \times 10^4$	$59,0 \times 10^4$
$\overline{2,3}$, $\overline{3,4}$	21×10^5	0,28125	$5,906 \times 10^5$	3,0	$26,2 \times 10^4$	$39,4 \times 10^4$	$78,7 \times 10^4$	$39,3 \times 10^4$

com pequena participação do solo e como será só este que, por último, suportará as acções verticais, concluímos que a operação de relaxação seria muito lenta se nos limitássemos a anular de cada vez as forças verticais residuais.

Assim no Quadro XXXI, que contém a relaxação deste exemplo, pode observar-se a maneira como se atendeu a esta particularidade. O valor da primeira relaxação, tipo 11, foi obtido por intermédio da equação auxiliar a) por forma a que no fim da aplicação das três relaxações tipos 11, 8 e 12 as forças residuais verticais sejam nulas. A enorme diferença de valor entre estas três primeiras relaxações e as seguintes mostra a grande economia de tempo conseguida.

Após este grupo, aparece um outro de duas relaxações (14, 13) definido pelo valor da primeira obtido a partir da equação b); cabe agora aos momentos residuais serem anulados.

Esta anulação origina, por sua vez, forças verticais que serão tratadas de maneira idêntica, utilizando a equação auxiliar c). Por fim bastará só mais um grupo (14, 13) definido pela equação d). Convém compreender-se perfeitamente o modo como esta relaxação é feita para o podermos aplicar em casos semelhantes.

Nos Quadros XXXII e XXXIII determinam-se os momentos e os esforços transversos, a seguir apresentados na fig. 26.

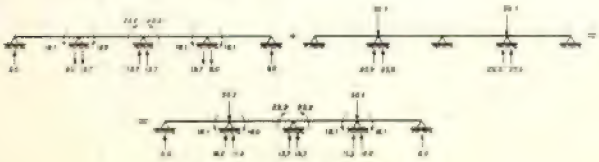


Fig. 26

Exemplo 2.º — Vamos supor que a viga do exemplo anterior tem os extremos encastrados e está uniformemente carregada com 10 t/m.

Para podermos aproveitar cálculos já feitos, faz-se uma distribuição de apoios igual à do 1.º exemplo, fig. 27. As forças concentradas, fig. 28, valem :

$$F_1 = F_5 = 10 \text{ t} \; ; \; F_2 = F_4 = 25 \text{ t} \; ; \; F_3 = 30 \text{ t}$$

$$R_2 = R_4 = 1 \times 10^4 \text{ t/m} \; ; \; R_3 = 1{,}2 \times 10^4 \text{ t/m}$$

No quadro XXXIV apresentam-se os factores de operação e no quadro XXXV faz-se a relaxação respectiva. Como no exemplo anterior, formaram-se algumas equações auxiliares que contribuem muito para a rapidez com que se consegue a anulação das forças residuais.

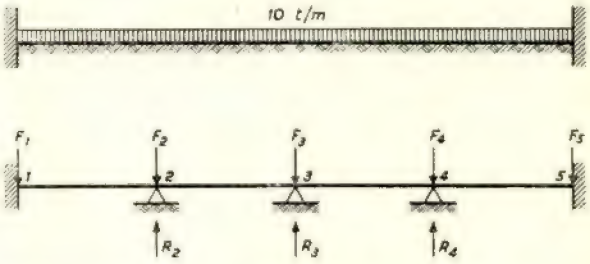


Fig. 27

A equação c) é, porém, de tipo diferente. Resulta da observação de que o valor de 0,3069 da relaxação n.º 3, tipo 8, faz diminuir o valor de N_2 e N_4 de 60,4 para 44,0, quando seguida de relaxações tipos 7 e 5 que anulem os valores Y_2, Y_3 e Y_4.

Nos Quadros XXXVI e XXXVII calculam-se

QUADRO XXX — Factores de operação

Unidades: Tonelada, metro

	Tipo $\times 10^{-4}$	1 N_1	2 N_2	3 N_3	4 N_4	5 N_5	6 Y_1	7 Y_2	8 Y_3	9 Y_4	10 Y_5	Y'_1	Y'_2	Y'_3	Y'_4	Y'_5
1	$r_1 = +1$	−118,1	− 59,0	0	0	0	− 88,5	88,5	0	0	0	0	0	0	0	0
2	$r_2 = +1$	− 59,0	−196,8	− 39,3	0	0	− 88,5	49,1	39,4	0	0	0	0	0	0	0
3	$r_3 = +1$	0	− 39,3	−157,4	− 39,3	0	0	− 39,4	0	39,4	0	0	0	0	0	0
4	$r_4 = +1$	0	0	− 39,3	−196,8	− 59,0	0	0	− 39,4	− 49,1	88,5	0	0	0	0	0
5	$r_5 = +1$	0	0	0	− 59,0	−118,1	0	0	0	− 88,5	88,5	0	0	0	0	0
6	$V_1 = +1$	− 88,5	− 88,5	0	0	0	− 89,0	88,6	0	0	0	0,4	0	0	0	0
7	$V_2 = +1$	88,5	49,1	− 39,4	0	0	88,6	−115,8	26,2	0	0	0	1,0	0	0	0
8	$V_3 = +1$	0	39,4	0	− 39,4	0	0	26,2	− 53,6	26,2	0	0	0	1,2	0	0
9	$V_4 = +1$	0	0	39,4	− 49,1	− 88,5	0	0	26,2	−115,8	88,6	0	0	0	1,0	0
10	$V_5 = +1$	0	0	0	88,5	88,5	0	0	0	88,6	− 89,0	0	0	0	0	0,4
11	$V_2 = V_4 = +1$	88,5	49,1	0	− 49,1	− 88,5	88,6	−115,8	52,4	−115,8	88,6	0	1,0	0	1,0	0
12	$V_1 = V_5 = +1$	− 88,5	− 88,5	0	88,5	88,5	− 89,0	88,6	0	88,6	− 89,0	− 0,4	0	0	0	− 0,4
13	$r_1 = - r_3 = +1$	−118,5	− 59,0	0	59,0	118,1	− 88,5	88,5	0	88,5	− 88,5	0	0	0	0	0
14	$- r_2 = r_4 = +1$	59,0	196,8	0	−196,8	− 59,0	88,5	− 49,1	− 78,8	− 49,1	88,5	0	0	0	0	0

Verificações:

(1): $-118{,}1 - 59{,}0 + 88{,}5 \times 2 = -0{,}1$; (2): $-59{,}0 - 196{,}8 - 39{,}3 + 49{,}1 \times 2 + 39{,}4 \times 5 = 0{,}1$; (3): $-39{,}3 - 157{,}4 - 39{,}3 + 39{,}4 \times 6 = 0{,}4$
(4): $-39{,}3 - 196{,}8 - 59{,}0 - 49{,}1 \times 3{,}0 + 88{,}5 + 5 = -0{,}1$; (5) $-59{,}0 - 118{,}1 + 88{,}5 \times 2 = -0{,}1$; (6) $-88{,}5 - 88{,}5 + 88{,}6 \times 2 = 0{,}2$
(7): $88{,}5 + 49{,}1 - 39{,}4 - 88{,}6 \times 2 + 26{,}2 \times 3 = -0{,}4$; (8): $39{,}4 - 39{,}4 - 26{,}2 \times 3 + 26{,}2 \times 3 + 26{,}2 \times 3 = 0$
(9): $39{,}4 - 49{,}1 - 88{,}5 - 26{,}2 \times 3 + 88{,}6 \times 2 = 0{,}4$; (10): $88{,}5 + 88{,}5 - 88{,}6 \times 2 = -0{,}2$

QUADRO XXXI — Relaxação

Unidades: tonelada, metro

Tipo	Valor da relaxação $\times 10^{-4}$	1 N_1	2 N_2	3 N_3	4 N_4	5 N_5	6 Y_1	7 Y_2	8 Y_3	9 Y_4	10 Y_5	N.º
		0	0	0	0	0	0	50,0	0	50,0	0	
11	25,192	2229,5	1236,9	0	— 1236,9	— 2229,5	2232,0	— 2917,2	1320,0	— 2917,2	2232,0	1
		2229,5	1236,9	0	— 1236,9	— 2229,5	2232,0	— 2867,2	1320,0	— 2867,2	2232,0	
8	24,627	0	970,3	0	— 970,3	0	0	645,2	— 1320,0	645,2	0	2
		2229,5	2207,2	0	— 2207,2	— 2229,5	2232,0	2222,0	0	2222,0	2232,0	
12	25,079	— 2219,5	— 2219,5	0	2219,5	2219,5	— 2232,0	— 2222,0	0	— 2222,0	— 2232,0	3
		10,0	— 12,3	0	12,3	— 10,0	0	0	0	0	0	
14	0,103	6,1	20,3	0	— 20,3	— 6,1	9,1	— 5,1	— 8,1	— 5,1	9,1	4
		16,1	8,0	0	— 8,0	— 16,1	9,1	— 5,1	— 8,1	— 5,1	9,1	
13	0,136	— 16,1	— 8,0	0	8,0	16,1	— 12,0	12,0	0	12,0	— 12,0	5
		0	0	0	0	0	— 2,9	6,9	— 8,1	6,9	— 2,9	
11	0,033	2,9	1,6	0	— 1,6	— 2,9	2,9	— 3,8	1,7	— 3,8	2,9	6
		2,9	1,6	0	— 1,6	— 2,9	0	3,1	— 6,4	3,1	0	
8	— 0,119	0	— 4,7	0	4,7	0	0	— 3,1	6,4	— 3,1	0	7
		2,9	— 3,1	0	3,1	— 2,9	0	0	0	0	0	
14	0,027	1,6	5,3	0	— 5,3	— 1,6	2,4	— 1,3	— 2,1	— 1,3	2,4	8
		4,5	2,2	0	— 2,2	— 4,5	2,4	— 1,3	— 2,1	— 1,3	2,4	
13	0,038	— 4,5	— 2,2	0	2,2	4,5	— 3,3	3,3	0	3,3	— 3,3	9
		0	0	0	0	0	— 0,9	2,0	— 2,1	2,0	— 0,9	

Equações auxiliares:

a) $50{,}0 - 115{,}8\,x + 52{,}4\,x \times \dfrac{26{,}2}{53{,}6} + 88{,}6\,x \times \dfrac{88{,}6}{89{,}0} = 0 \quad \therefore \quad x = 25{,}192$

b) $-12{,}3 + 196{,}8\,x - (10{,}0 + 59{,}0\,x)\,\dfrac{59{,}0}{118{,}1} = 0 \quad \therefore \quad x = 0{,}103$

c) $6.9 - 115{,}8\,x - (8{,}1 - 52{,}4\,x)\,\dfrac{26{,}2}{53{,}6} + (2{,}9 - 88{,}6\,x)\,\dfrac{88{,}6}{89{,}0} = 0 \quad \therefore \quad x = 0{,}136$

d) $-3{,}1 + 196{,}8\,x - (2{,}9 + 59{,}0\,x)\,\dfrac{59{,}1}{118{,}1} = 0 \quad \therefore \quad x = 0{,}027$

Deformações totais:

$r_1 = -r_5 = (13) = 0{,}174 \times 10^{-4}$ rad.
$-r_2 = r_4 = (14) = 0{,}130 \times 10^{-4}$ »
$r_3 = 0$

$V_1 = V_5 = (12) = 25{,}079 \times 10^{-4}$ m
$V_2 = V_4 = (11) = 25{,}225 \times 10^{-4}$ m
$V_3 = (8) = 24{,}508 \times 10^{-4}$ m

os momentos e esforços transversos que permitem obter os valores finais, fig. 28.

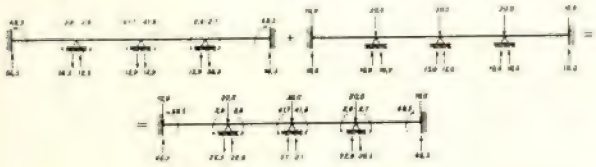


Fig. 28

A comparação dos valores obtidos nestes dois exemplos com os que o método de cálculo da viga sobre suporte contínuo elástico fornece, mostra que eles são pràticamente iguais no 1.º exemplo e um pouco diferente no segundo. Estas diferenças, cerca de — 5 % para os momentos de encastramento e de + 16 % para os momentos a meio vão, seriam muito atenuadas se tivessemos disposto simètricamente os apoios e os tivessemos criado em maior número (1).

Antes de terminar convém chamar a atenção para a facilidade com que a partir dos assentamentos e dos ângulos de rotação se pode desenhar, a escalas convenientes, a curva deformada de viga e, portanto, a curva de distribuição de pressões do solo.

(1) As deformações obtidas podem servir de solução inicial aproximada de uma viga contínua sobre mais apoios, se se quiser obter maior aproximação. O aproveitamento desta solução aproximada conduz ràpidamente ao resultado final.

QUADRO XXXII — Momentos de continuidade

Vigas contínuas

Unidades : *Tonelada, metro*

Elementos A,B	1 $\left\lvert \widehat{ry} \right\rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $m \left\lvert \widehat{rr} \right\rvert_{AB}$	4 $f \left\lvert \widehat{rr} \right\rvert_{AB}$	5 r_A	6 r_B	7 1×2	8 3×5	9 4×6	10 $3 \times 6 = 9 + 9$	11 $4 \times 5 = \frac{1}{2} \times 8$	M_A $-7+8+9$	M_B $-7+10+11$
1,2	$88,5 \times 10^4$	$0,146 \times 10^{-4}$	$118,1 \times 10^4$	$59,0 \times 10^4$	$0,174 \times 10^{-4}$	$-0,130 \times 10^{-4}$	12,9	20,5	− 7,7	− 15,4	10,2	− 0,1	− 18,1
2,3	$39,4 \times 10^4$	$-0,717 \times 10^{-4}$	$78,7 \times 10^4$	$39,3 \times 10^4$	$-0,130 \times 10^{-4}$	0	− 28,3	− 10,3	0	0	− 5,1	18,0	23,2
3,4	$39,4 \times 10^4$	$0,717 \times 10^{-4}$	$78,7 \times 10^4$	$39,3 \times 10^4$	0	$0,130 \times 10^{-4}$	28,3	0	5,1	10,2	0	− 23,2	− 18,1
4,5	$88,5 \times 10^4$	$-0,146 \times 10^{-4}$	$118,1 \times 10^4$	$59,0 \times 10^4$	$0,130 \times 10^{-4}$	$-0,174 \times 10^{-4}$	− 12,9	15,4	− 10,3	− 20,6	7,7	18,0	0

QUADRO XXXIII — Esforços transversos

Vigas contínuas

Unidades : *Tonelada, metro*

Elementos A,B	1 $\left\lvert \widehat{yy} \right\rvert_{AB}$	2 V_B V_A	3 $\left\lvert \widehat{yr} \right\rvert_{AB}$	4 r_A	5 r_B	6 $4 + 5$	7 1×2	8 3×6	Y_B $7 - 8$
1,2	$88,6 \times 10^4$	$0,146 \times 10^{-4}$	$88,5 \times 10^4$	$0,174 \times 10^{-4}$	$-0,130 \times 10^{-4}$	$0,044 \times 10^{-4}$	12,9	3,9	9,0
2,3	$26,2 \times 10^4$	$-0,717 \times 10^{-4}$	$39,4 \times 10^4$	$-0,130 \times 10^{-4}$	0	$-0,130 \times 10^{-4}$	− 18,8	− 5,1	− 13,7
3,4	$26,2 \times 10^4$	$0,717 \times 10^{-4}$	$39,4 \times 10^4$	0	$0,130 \times 10^{-4}$	$0,130 \times 10^{-4}$	18,8	5,1	13,7
4,5	$88,6 \times 10^4$	$-0,146 \times 10^{-4}$	$88,5 \times 10^4$	$0,130 \times 10^{-4}$	$-0,174 \times 10^{-4}$	$-0,044 \times 10^{-4}$	− 12,9	− 3,9	− 9,0

QUADRO XXXIV — Factores de operação

Unidades: Tonelada, metro

	Tipo $\times 10^{-4}$	1 N_2	2 N_3	3 N_4	4 Y_2	5 Y_3	6 Y_4	N_1	N_5	Y_1	Y'_2	Y'_3	Y'_4	Y_5
1	$r_2 = 1$	−196,8	− 39,3	0	88,5	0	0	−59,0	0	−88,5	0	0	0	0
2	$r_3 = 1$	− 39,3	−157,4	− 39,3	− 39,4	0	39,4	0	0	0	0	0	0	0
3	$r_4 = -1$	0	− 39,3	−196,8	0	− 39,4	− 49,1	0	−59,0	0	0	0	0	88,5
4	$V_2 = 1$	49,1	− 39,4	0	−115,8	26,2	0	88,5	0	88,6	1,0	0	0	0
5	$V_3 = 1$	39,4	0	− 39,4	26,2	− 53,2	26,2	0	0	0	0	1,0	0	0
6	$V_4 = 1$	0	39,4	− 49,1	0	26,2	−115,8	0	−88,5	0	0	0	1,0	88,6
7	$V_2 = V_4 = 1$	49,1	0	− 49,1	−115,8	52,4	−115,8	88,5	− 88,5	88,6	1,0	0	1,0	88,6
8	$r_2 = -r_4 = 1$	−196,8	0	196,8	49,1	78,8	49,1	−59,0	59,0	−88,5	−88,5	0	0	0

QUADRO XXXV — Relaxação

Unidades: Tonelada, metro

Tipo	Valor da relaxação $\times 10^{4}$	1 N_2	2 N_3	3 N_4	4 Y_2	5 Y_3	6 Y_4	N.º
		0	0	0	25,0	30,0	25,0	
7	0,4398	21,6	0	− 21,6	− 50,9	23,1	− 50,9	1
		21,6	0	− 21,6	− 25,9	53,1	− 25,9	
5	0,9907	38,8	0	− 38,8	25,9	− 53,1	25,9	2
		60,4	0	− 60,4	0	0	0	
8	0,3069	− 60,4	0	60,4	15,1	24,2	15,1	3
		0	0	0	15,1	24,2	15,1	
7	0,2986	14,7	0	− 14,7	− 34,6	15,6	− 34,6	4
		14,7	0	− 14,7	− 19,5	39,8	− 19,5	
5	0,7425	29,3	0	29,3	19,5	− 39,8	19,5	5
		44,0	0	− 44,0	0	0	0	
8	0,8234	− 162,0	0	162,0	40,4	65,0	40,4	6
		− 118,0	0	118,0	40,4	65,0	40,4	
7	0,8002	39,3	0	− 39,3	− 92,7	41,9	− 92,7	7
		− 78,7	0	78,7	− 52,3	106,9	− 52,3	
5	1,9944	78,6	0	− 78,6	52,3	− 106,9	52,3	8
		− 0,1	0	0,1	0	0	0	

Equações auxiliares:

a) $25{,}0 - 115{,}8\,x + (30{,}0 + 52{,}4\,x)\,\dfrac{26{,}2}{53{,}6} = 0 \quad \therefore \quad x = 0{,}4398$

b) $15{,}0 - 115{,}8\,x + (24{,}2 + 52{,}4\,x)\,\dfrac{26{,}2}{53{,}6} = 0 \quad \therefore \quad x = 0{,}2986$

c) $x = \dfrac{0{,}3069 \times 44{,}0}{(60{,}4 - 44{,}0)}\ 0{,}8234$

d) $40{,}4 - 115{,}8\,x + (65{,}0 + 52{,}4\,x)\,\dfrac{26{,}2}{53{,}6} = 0 \quad \therefore \quad x = 0{,}8002$

Deformações totais:

$r_2 = -r_4 = (8) = 1{,}1303 \times 10^{-4}$ rad.

$r_3 = 0$

$V_2 = V_4 = (7) = 1{,}5386 \times 10^{-4}$ m

$V_3 = (5) = 3{,}7276 \times 19^{-4}$ m

QUADRO *XXXVI* – Momentos de continuidade

Vigas contínuas

Unidades: *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert \widehat{ry} \rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $m \lvert \widehat{rr} \rvert_{AB}$	4 $f \lvert \widehat{rr} \rvert_{AB}$	5 r_A	6 r_B	7 1×2	8 3×5	9 4×6	10 $3 \times 6 = 9 + 9$	11 $4 \times 5 = \frac{1}{2} \times 8$	M_A $-7+8+9$	M_B $-7+10+11$
$\overline{1,2}$	$88,5 \times 10^4$	$1,5386 \times 10^{-4}$	$118,1 \times 10^4$	$59,0 \times 10^4$	0	$1,1303 \times 10^{-4}$	136,2	0	66,7	133,4	0	$-69,5$	$-2,8$
$\overline{2,3}$	$39,4 \times 10^4$	$2,189 \times 10^{-4}$	$78,7 \times 10^4$	$39,3 \times 10^4$	$1,1303 \times 10^{-4}$	0	86,2	89,0	0	0	44,5	2,8	$-41,7$
$\overline{3,4}$	$39,4 \times 10^4$	$-2,189 \times 10^{-4}$	$78,7 \times 10^4$	$39,3 \times 10^4$	0	$-1,1303 \times 10^{-4}$	$-86,2$	0	$-44,4$	$-88,8$	0	41,8	$-2,4$
$\overline{4,5}$	$88,6 \times 10^4$	$-1,5386 \times 10^{-4}$	$118,1 \times 10^4$	$59,0 \times 10^4$	$-1,1303 \times 10^{-4}$	0	$-136,2$	$-133,5$	0	0	66,7	2,7	69,5

QUADRO *XXXVII* – Esforços transversos

Vigas contínuas

Unidades: *Tonelada, metro*

Elementos $\overline{A,B}$	1 $\lvert \widehat{yy} \rvert_{AB}$	2 $V_B - V_A$	3 $\lvert \widehat{yr} \rvert_{AB}$	4 r_A	5 r_B	6 $4 + 5$	7 1×7	8 3×6	Y_B $7 - 8$
$\overline{1,2}$	$88,6 \times 10^4$	$1,5386 \times 10^{-4}$	$88,5 \times 10^4$	0	$1,1303 \times 10^{-4}$	$1,1303 \times 10^{-4}$	136,3	100,0	36,3
$\overline{2,3}$	$26,2 \times 10^4$	$2,189 \times 10^{-4}$	$39,4 \times 10^4$	$1,1303 \times 10^{-4}$	0	$1,1303 \times 10^{-4}$	57,4	44,5	12,9
$\overline{3,4}$	$26,2 \times 10^4$	$-2,189 \times 10^{-4}$	$39,4 \times 10^4$	0	$-1,1303 \times 10^{-4}$	$-1,1303 \times 10^{-4}$	$-57,4$	$-44,5$	$-12,9$
$\overline{4,5}$	$88,6 \times 10^4$	$-1,5386 \times 10^{-4}$	$88,5 \times 10^4$	$-1,1303 \times 10^{-4}$	0	$-1,1303 \times 10^{-4}$	$-136,3$	$-100,0$	$-36,3$

(Continua no próximo número)

MENCK

Escavadora universal Diesel MENK, modelo M 250,
de 250 CV, com balde de 2,5 m³, escavando abaixo do nível do chão.

Representantes em Portugal:

Sociedade Michaëlis de Vasconcellos, L.da
PORTO — Praça da Liberdade, 114

Eng.º J. E. Michaëlis de Vasconcellos
LISBOA — R. Fialho de Almeida, 1

SKF

ROLAMENTOS
CHUMACEIRAS

LISBOA PRAÇA DA ALEGRIA 66-A Telef. 33995 – 34223
PORTO AV. DOS ALIADOS 150—152 Telef. 29776 – 29777

Fábrica Portugal

S. A. R. L.

LISBOA

MOBILIÁRIO METÁLICO

EM TODOS OS GÉNEROS

Instalações completas para :

Mobiliário moderno
para

ESCRITÓRIOS
ESCOLAS
BIBLIOTECAS

CLÍNICAS
HOSPITAIS
SANATÓRIOS
CINEMAS
HOTÉIS
ESPLANADAS

SALAS DE EXPOSIÇÕES :

Rua Febo Moniz, 2 a 20 — Praça dos Restauradores, 49 a 57
Avenidas da República e Elias Garcia — Rua da Graça, 82 e 84

C. D. 532.55:624.16

PERDAS DE CARGA PROVOCADAS POR PILARES DE PONTES

PELO ENG.º CIVIL (I. S. T.) ARMANDO LENCASTRE
Chefe da Secção de Hidráulica Fluvial do L. N. E. Civil

O presente artigo tem origem num estudo de compilação pedido pela Direcção-Geral dos Serviços Hidráulicos do Laboratório Nacional de Engenharia Civil.

ANÁLISE TEÓRICA

1. Noções gerais de hidráulica dos escoamentos em superfície livre

É finalidade principal deste parágrafo resumir e porventura esclarecer algumas noções de hidráulica dos escoamentos em superfície livre, a fim de facilitar a leitura do que se segue, evitando deste modo eventuais consultas a qualquer tratado de hidráulica em que este assunto vem convenientemente explorado e demonstrado: ([1])

A — *Regime uniforme*

Chama-se escoamento uniforme num canal, aquele cujos parâmetros hidráulicos — caudal, altura de água, velocidade média — não variam de secção para secção. Deste modo, para que tal regime se possa verificar num troço de um canal é necessário que este seja de secção e inclinação constante, rectilíneo em planta, e se encontre afastado suficientemente de qualquer singularidade.

Nestas condições a linha da superfície livre é paralela ao fundo e a linha de energia

$$H_u = h_u + \frac{V_u^2}{2_g} \qquad (1)$$

será igualmente paralela ao fundo do canal (fig. 1).

([1]) Veja-se por exemplo: De Marchi — «Idraulica» — Milano 1947, pág. 149 a 229.

Scimemi — «Compendio de «Idraulica» — Padova 1949, pág. 15 a 42.

Puppini — «Idraulica» — Bologna 1947 — Pág. 133 a 423.

Crausse — «Hydraulique des Canaux Dècouverts — Paris 1951 – Pág. 32 a 182.

Assim, ao regime uniforme correspondem perdas por atrito equivalentes à inclinação do canal. A perda total de energia, por unidade de peso escoado, ao longo de um comprimento L, será então $\Delta E = iL$. A energia sobre o fundo, H mantém-se constante ao longo do escoamento.

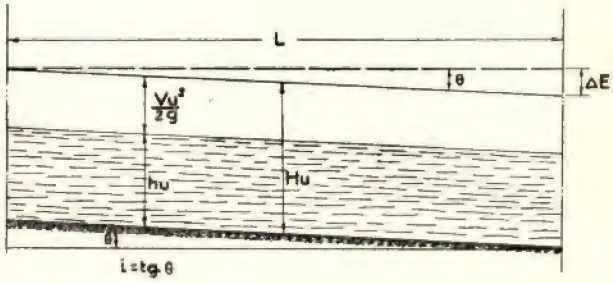


Fig. 1

São variadíssimas as fórmulas que traduzem a perda de energia no regime uniforme.

Tipo Chézy:

$$Q = CS\sqrt{Ri}$$

entre as quais se distinguem, pelo seu campo de aplicação as de Bazin e de Kutter;

Tipo Monómio

$$Q = KSR^{\alpha} i^{\beta}$$

das quais, entre outras, se podem citar as de Manning e Strikler. Não é intuito deste trabalho discutir o campo de aplicabilidade destas fórmulas nem o valor a dar às diferentes constantes que nelas figuram.

Conhecida a secção de um canal, a altura correspondente ao regime uniforme será fàcilmente determinada gràficamente a partir de qualquer destas equações.

Por exemplo, a partir das fórmulas do tipo Chézy, tem-se:

$$\frac{Q}{\sqrt{i}} = CS\sqrt{R}$$

O segundo membro $K_1 = CS\sqrt{R}$ é função ùnicamente das características geométricas da secção e como tal fàcilmente determinável. Traçada a curva $K_1 = CS\sqrt{R} = f(h)$, é fácil determinar, para cada caudal e cada inclinação, a altura da água e a energia específica correspondente ao regime uniforme (Fig. 2).

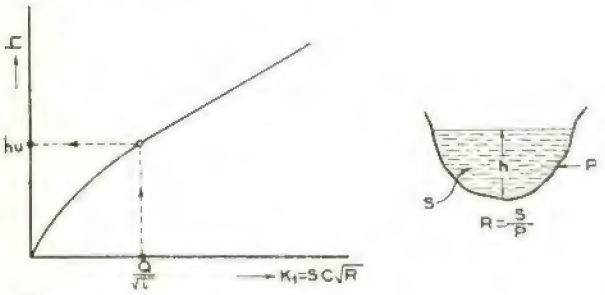


Fig. 2

B — *Regime permanente*

1 — Curva das energias específicas H em função da altura de água h.

O regime uniforme só se verifica nas condições atrás expostas: troço uniforme suficientemente longe de qualquer singularidade. Assim, na vizinhança de uma singularidade (estreitamente devido aos pilares de uma ponte, por exemplo), o regime será necessàriamente não uniforme. Denomina-se regime permanente aquele cujas características hidráulicas são invariáveis ao longo do tempo, numa secção considerada, podendo variar com a secção ao longo do percurso.

Em todo o regime permanente, uniforme ou não uniforme, verifica-se para determinado caudal, em cada secção, a equação

$$H = h + \alpha \frac{V^2}{2g} \qquad (3)$$

ou

$$H = h + \alpha \frac{Q^2}{2g\,S^2}$$

que traduz o facto de a energia específica H (energia por unidade de peso escoado) sobre o fundo, ser sempre a soma de duas parcelas: a energia potencial h soma da energia de posição e de pressão, igual em qualquer ponto ao longo duma vertical da secção; e a energia cinética $\frac{V^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\,S^2}$. α, chamado coeficiente de Coríolis, é um coeficiente correctivo pelo facto da distribuição de velocidades não ser uniforme; representa a relação entre a energia cinética real da corrente e a energia cinética duma corrente fictícia em que todas as partículas se movessem com a velocidade média $V = \frac{Q}{S}$.

$$\alpha = \frac{\iint_S v^2\, dS}{V^2 \iint_S dS} \qquad (4)$$

O valor de α pode determinar-se experimentalmente a partir do conhecimento da distribuição de velocidades, realizando o integral do denominador gràficamente ou transformando-o em somatório. O seu valor é sempre próximo da unidade, podendo no entanto tomar valores da ordem de 1,4, ou maiores, se a distribuição de velocidades for extremamente irregular ([1]).

Se a inclinação do canal for muito grande, deve considerar-se para expressão da linha de energia:

$$H = h \cos\theta + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

em que θ é o ângulo do fundo do canal com a horizontal. Para cada caudal Q, a expressão (3) traduz uma relação entre H e h, cujo aspecto é o da figura 3.

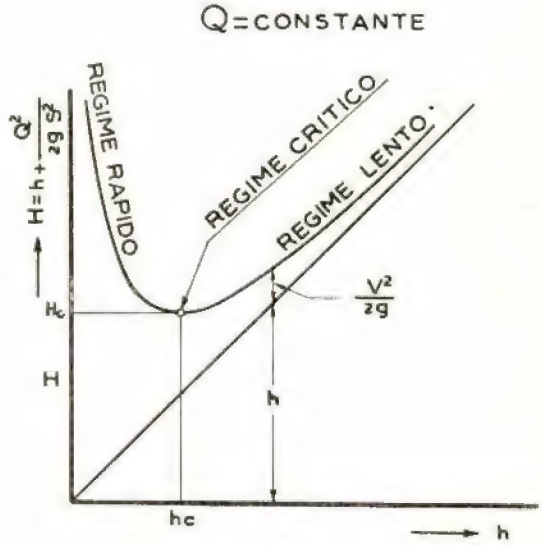


Fig. 3

([1]) Favre mediu 1,74 no canal de descarga duma turbina Kaplan. Em escoamento laminar em tubos, sem interesse para o nosso caso, é $\alpha = 2$.

Qualquer regime permanente poderá consequentemente ser sempre representado por um ponto desta curva.

Verifica-se que existe um valor mínimo, Hc, a que corresponde uma altura de água h_c: o ponto (H_c, h_c) define o regime crítico o qual corresponde ao mínimo de energia com que determinado caudal se pode escoar numa secção.

O regime crítico satisfaz à seguinte equação, obtida a partir da condição de mínimo de H:

$$\frac{Q}{\sqrt{g}} = S\sqrt{\frac{S}{b}} \qquad (5)$$

O segundo membro $K_2 = S\sqrt{\frac{S}{b}}$ (6)

em que S é a secção e b é a largura superficial, é função ùnicamente de h, para cada secção.

Representando a função $K_2 = f(h)$, é fácil determinar, para cada canal, a altura correspondente ao regime crítico, por processo análogo ao seguido na determinação da altura uniforme (fig. 4).

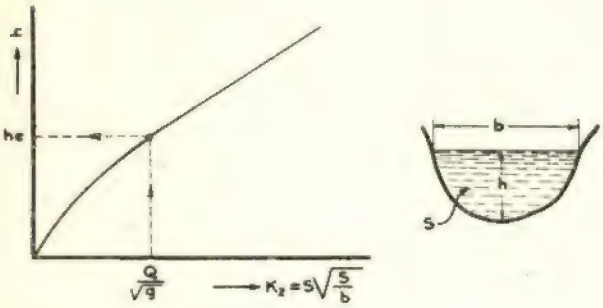


Fig. 4

Num canal rectangular verifica-se a relação

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \qquad (7)$$

sendo q o caudal por unidade de largura.

Ao regime crítico corresponde uma velocidade igual à velocidade de propagação das pequenas perturbações:

$$V_c = \sqrt{gh_c} \qquad (8)$$

Se a velocidade média do escoamento for superior a este valor, as perturbações não se propagarão para montante, e o regime diz-se rápido. Se a velocidade média for inferior, o regime diz-se lento, e pode haver já influência de jusante sobre montante.

A passagem do regime rápido para o lento dá-se em geral por meio do ressalto; com traçados especiais de soleira e para caudais bem conhecidos, pode, no entanto, evitar-se a formação do ressalto.

2 — Curva das impulsões totais.

Outra grandeza que interessa definir num escoamento livre, é a impulsão total

$$U = \rho Q U + \gamma \eta S \qquad (9)$$

em que a primeira parcela $\rho Q U$ representa a quantidade de movimento do escoamento através da secção, e a segunda parcela $\gamma \eta S$ representa a impulsão hidrostática exercida na secção; η é a profundidade do centro de gravidade.

É evidente que, para determinado caudal Q, a expressão anterior define uma função de h, cujo aspecto é o da fig. 5.

Demonstra-se que o mínimo de função corresponde ao regime crítico atrás definido.

Esta função está relacionada com o teorema de Euler ou da quantidade de movimento, tal, como a função $H = f(h)$ está relacionada com o teorema de Bernoulli.

C — *Curvas de regolfo*

Dado um canal de inclinação *i* e secção S, no qual se escoa um caudal Q, ou a altura uniforme para esse caudal é superior a crítica $hu > hc$, e o canal terá uma inclinação $i < i_c$; ou pelo contrário $hu < h_c$, isto é $i > i_c$; ou ainda no caso limite $hu = h_c$, é então $i = i_c$. Em troços relati-

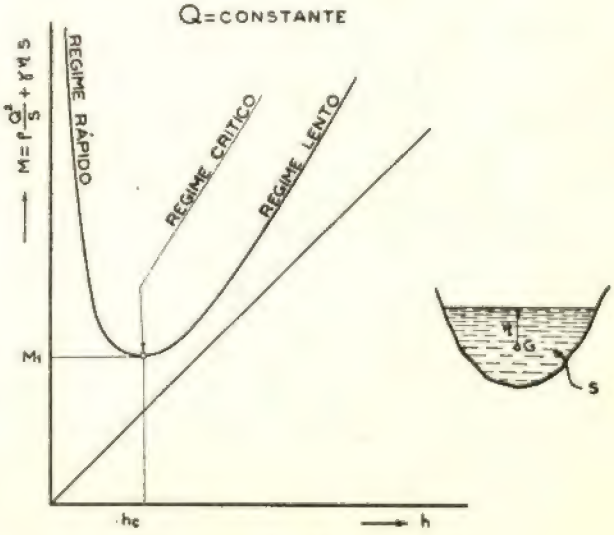


Fig. 5

vamente curtos pode suceder ser $i = o$, ou mesmo $i < o$.

As formas possíveis da superfície de água em regime variado para os vários tipos de canais, são representadas na fig. 6, sendo a sua determinação feita a partir da teoria geral do regolfo, da qual não nos ocuparemos para não fugir à finalidade em vista.

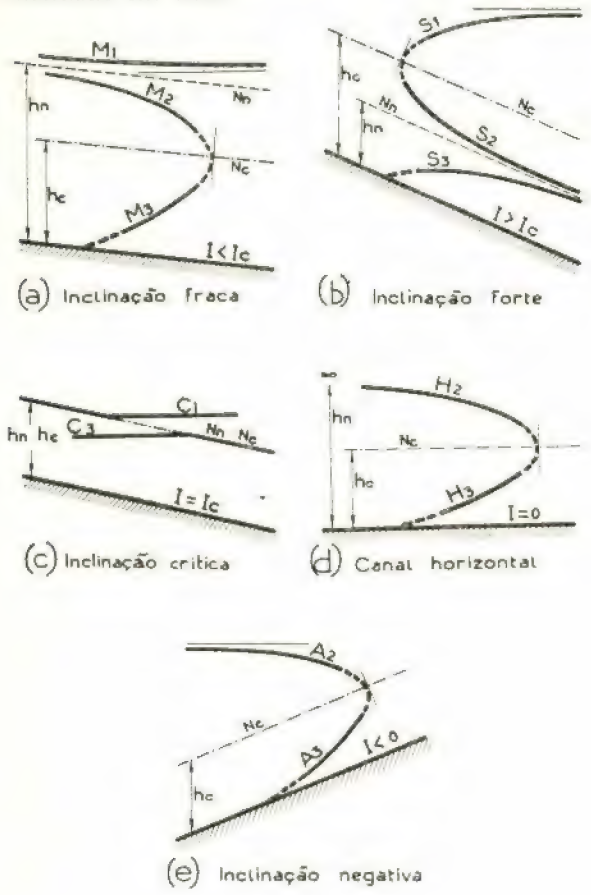


Fig. 6

2. Aplicação das noções teóricas anteriores, ao caso de uma diminuição de secção (caso da existência de pilares)

A — *Análise do fenómeno num troço grande*

Vejamos como a partir dos princípios atrás enunciados podemos encarar, considerando uma grande extensão do curso de água, os problemas suscitados por uma diminuição de secção devida aos pilares de uma ponte. Na alínea seguinte abstrairemos do troço a montante e a jusante dos pilares, para nos ocuparmos ùnicamente com o que se passa na proximidade imediata dos mesmos.

1 — Inclinação do leito superior à crítica: $i > i_c$.

Referindo-nos à fig. 7, consideremos um troço grande de um canal tal que $i > i_c$ no qual se escoa em regime uniforme um caudal Q. Será então $h_u < h_c$.

Suponhamos que temos traçadas as duas curvas $H_1 = f_1\ (h)$ e $H_2 = f_2\ (h)$ da secção normal e da secção diminuida pela existência dos pilares. Suponhamos que a energia correspondente ao regime uniforme H_{1u} é superior à energia crítica H_{2c} (energia mínima com que o caudal Q se pode escoar na secção dos pilares).

Nestas condições, o ponto representativo do escoamento percorrerá no plano (H,h), o cami-

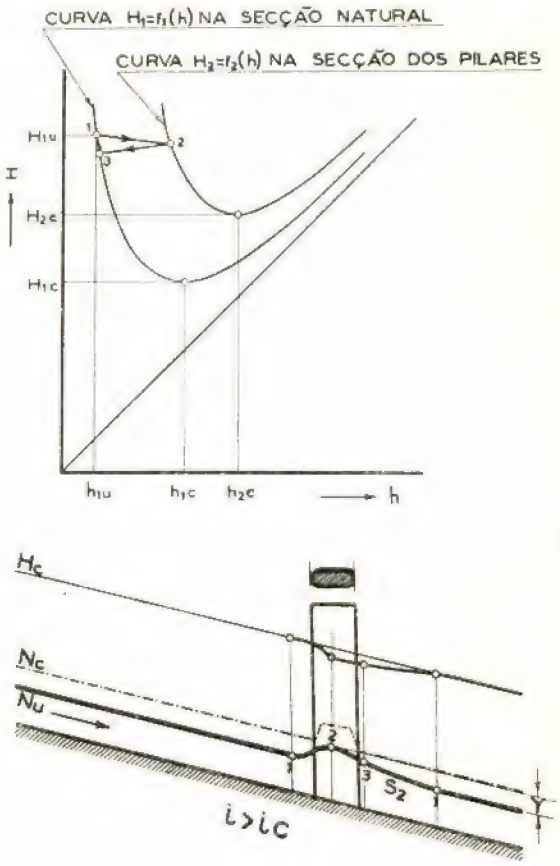


Fig. 7

nho indicado. A máxima sobreelevação da superfície livre, ocasionada pelos pilares é $y = h_2 - h_1$. Notemos no entanto que, supondo o canal suficientemente longo, a existência da ponte reduz-se a um fenómeno absolutamente localizado sem influência no início nem no fim do troço considerado em que o regime é uniforme e em que não só a energia H em relação ao fundo, mas também a energia total E em relação a um plano

horizontal de referência, é a mesma que existiria sem a singularidade provocada pela ponte.

Este facto verifica-se sempre que o comprimento do canal seja suficiente, e é uma característica dos escoamentos em superfície livre, impossível de generalizar aos escoamentos em pressão.

Com efeito, enquanto nestes uma singularidade afecta as condições energéticas de todo o escoamento, qualquer que seja o comprimento de conduta considerado, naqueles, uma singularidade só se faz sentir num troço, pràticamente limitado, embora teòricamente infinito.

Ainda no caso de ser $i > i_c$, mas sendo $H_{1u} < H_{2c}$, fig. 8, por definição de energia crítica não é possível que o caudal se escoe, na secção dos pilares, havendo então uma passagem do regime rápido a lento, a fim de se criar energia suficiente. A sobreelevação máxima da

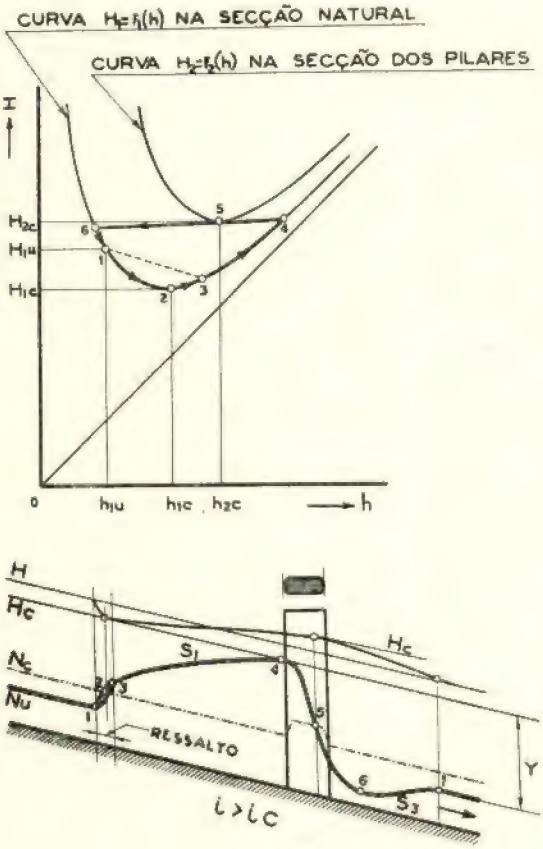


Fig. 8

superfície livre devido à existência dos pilares será então $y = h_s - h_1$. Fìsicamente o fenómeno tem a seguinte interpretação: considerando uma sucessão crescente de caudais, estes passarão na secção reduzida da ponte enquanto a energia disponível for inferior à energia crítica, para determinado caudal; para caudais superiores, só parte se escoará, acumulando-se o restante de tal modo que pela subida da superfície livre se consegue energia suficiente para escoar o caudal total, depois de se ter atingido o regime.

Tal como no caso anterior, a uma distância suficiente para montante e para jusante, não se verifica qualquer influência da contracção devida aos pilares.

2 — Inclinação do leito inferior à crítica $i < i_c$.

Reportando-nos à fig. 9, em que $i < i_c$, e a energia a montante correspondente ao regime

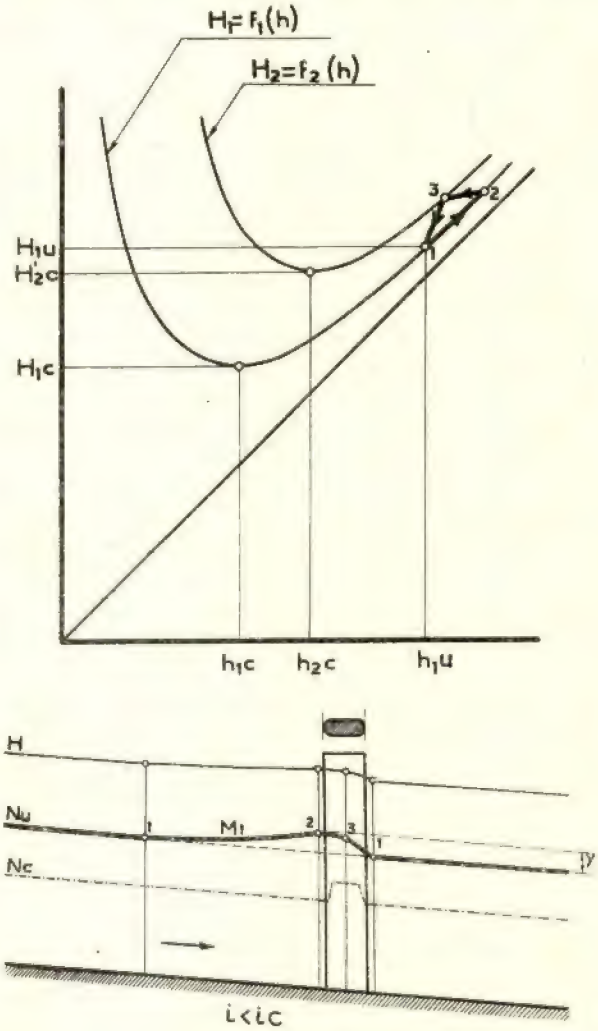


Fig. 9

uniforme H_{1u} é superior à energia crítica da secção refluzida na zona dos pilares, o ponto representativo do sistema percorre o caminho indi-

cado. A sobreelevação máxima do nível devido à ponte é agora $y = h_2 - h_1$, não havendo, a distância suficientemente grande, qualquer influência, tal como nos casos anteriores.

Se fosse $H_{1u} < H_{2c}$ haveria um regolfo de elevação (fig. 10) até se ter atingido energia suficiente, passando o caudal em regime crítico entre os pilares e seguindo-se um ressalto na passagem do regime rápido a lento.

A sobreelevação do nível será agora $y = h_2 - h_1$ sendo as características dos escoamentos tais que a distância suficiente se restabelecem as condições uniformes.

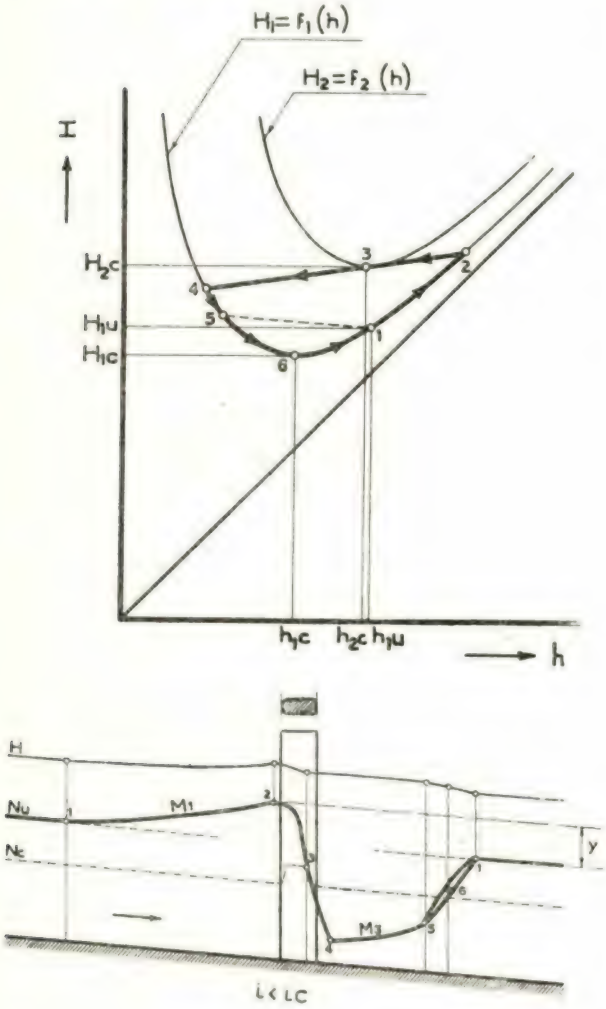


Fig. 10

B — Análise localizada do fenómeno

Na alínea anterior vimos o que se passava num curso de água devido à existência de uma contracção, em troços relativamente extensos para montante e para jusante.

Vejamos agora mais pormenorizadamente o que se passa na vizinhança dessa contracção, limitando-nos ao caso do canal com inclinação inferior à crítica, que corresponde aos casos habituais dos cursos de água em que há necessidade de construir pilares de pontes.

Tendo em atenção as figs. 9 e 10, às quais corresponde $i < i_c$, vemos que, na vizinhança dos pilares, existe em qualquer dos casos uma sobreelevação do nível a montante, fazendo-se a concordância com o regime uniforme, por meio duma curva de regolfo do tipo M_1. As características uniformes são obtidas a jusante, ou imediatamente (caso de $H_{1u} > H_{2c}$) ou por meio dum ressalto precedido duma curva de regolfo do tipo M_3 (caso em que $H_{1u} < H_{2c}$).

Os dois casos da fig. 9 e 10 estão representados, na zona localizada da ponte, na fig. 11, *a* e *c*; o caso *b* representa um caso intermédio. O caso *c*, correspondente a uma insuficiência de energia do regime uniforme, é vulgarmente conhecido por regime desafogado. O caso *a*, correspondente a $H_u > H_{2c}$ é conhecido por regime afogado.

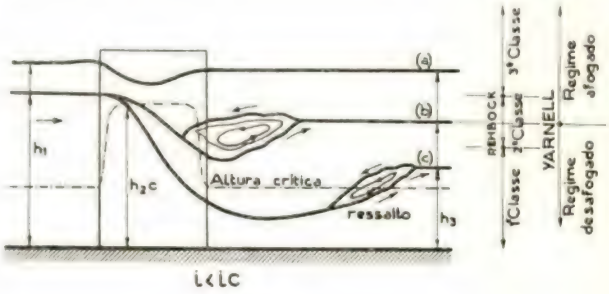


Fig. 11

Devido à existência da contracção provocada pelos pilares nota-se, na secção contraída, um aumento de energia-cinética que se traduz por uma cava na superfície livre, (fig. 12).

A existência do regime afogado ou desafogado pode averiguar-se a partir do que atrás se expos sobre a suficiência ou insuficiência de energia; no entanto, as fórmulas correntemente aplicadas no cálculo da sobreelevação foram deduzidas para determinadas categorias do escoamento que, qualitativamente, correspondem apròximadamente aos tipos atrás descritos, mas cuja separação quantitativa se faz a partir de expressões teórico-experimentais, deduzidas com a finalidade da imediata aplicação das várias fórmulas propostas.

A sobreelevação y, que fundamentalmente interessa conhecer para as aplicações é função das perdas de energia provocadas pela existência dos pilares.

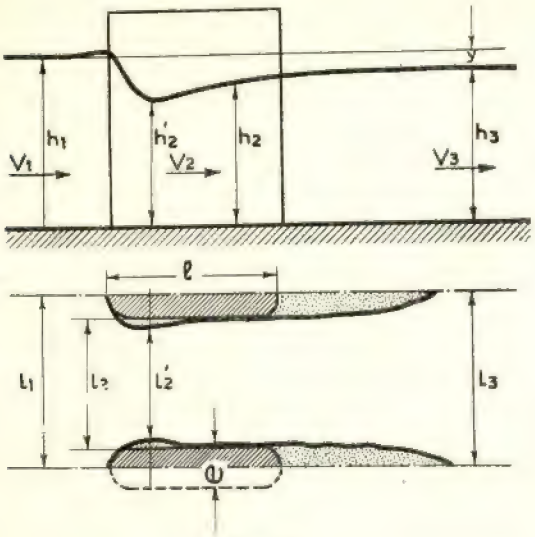


Fig. 12

As principais causas destas perdas de energia são, do ponto de vista macroscópico:

1 — Redução da secção, seguida de alargamento
2 — Efeito da cabeça do pilar
3 — Efeito da cauda do pilar
4 — Atritos internos da água e atritos com as paredes.

A existência do pilar, além de diminuir a secção útil o que origina um aumento de velocidade e consequentemente maiores perdas por atritos, obriga a uma contracção a montante, tanto maior quanto mais a cabeça do pilar se afastar duma forma hidrodinâmica. A jusante um brusco alargamento, origina perdas do tipo «Borda» tanto maiores quanto mais bruscamente se der esse alargamento.

A determinação quantitativa, por via teórica, da influência de todos estes factores é, dentro dos conhecimentos actuais, absolutamente inviável.

Por isso se recorreu a estudos em modelo e a observações na natureza para completar a insuficiência da teoria. As fórmulas, de índole prática, não visam pròpriamente a determinação da perda de energia, mas sim, a sobreelevação máxima que se verificará em dadas condições de escoamento e para determinados tipos de pilares Notemos no entanto que, visto tratar-se de regime lento, cujo ramo representativo na curva H = f (h) tende assintòticamente para a recta a 45°, a sobreelevação é da mesma ordem de grandeza da perda de energia, e por isso se fala por vezes nesta última entidade, quando de facto se pensa na primeira.

ESTUDOS EXPERIMENTAIS

1. Definições

Os símbolos utilizados têm o significado assinalado na fig. 12.

Serão afectados do índice *1* os símbolos correspondentes à secção a montante dos pilares, do índice *2* entre pilares, do índice 2, com (′), na secção contraída entre os pilares, e do índice 3 a jusante.

Notemos que as condições na secção *3* são, em geral, as correspondentes ao regime uniforme.

Definimos os seguintes parâmetros:

— Afilamento do pilar: — relação entre o seu comprimento e a sua espessura

$$\varepsilon = \frac{l}{e}$$

— Taxa de redução da secção: — relação entre a secção obstruída pelos pilares e a secção total

$$\sigma = \frac{l_1 - l_2}{l_1}$$

— Coeficiente cinético a jusante: — relação entre a altura cinética e a altura de água a jusante

$$\omega = \frac{V_3^2}{2\,gh_3}$$

— Coeficiente de contracção: — relação entre a secção contraída l'_2 e a secção entre os pilares l_2

$$m = \frac{l'_2}{l_2}$$

3. Fórmulas

Não nos deteremos sobre fórmulas caídas em desuso, tais como as de Eytelwein, Debauve —

Gauthey [1] Weisbach [2] Merriman [3], etc. Indicaremos ùnicamente aquelas sobre as quais existem dados concretos controlados pela experiência, e registaremos os seus limites de aplicação.

A — *Fórmula de D'Aubuisson — Yarnell*

A fórmula de D'Aubuisson [4] é das mais antigas conhecidas tendo a sua base teórica no teorema de Bernoulli.

Adaptada posteriormente, apresenta-se com o aspecto:

$$Q = K_A \, l_2 \, h_3 \sqrt{2gy + V_1^2} \qquad (14)$$

em que K_A é um coeficiente diferente do coeficiente inicialmente proposto por D'Aubuisson.

O valor de K_A só foi convenientemente determinado a partir das experiências de Yarnell [5] sobre pilares de comprimento da ordem de 1 metro. Segundo estas experiências o coeficiente K_A é dado num dos gráficos da figura 13, em função da taxa de redução de secção σ, e para 3 formas de pilares: rectangular, semi-circular a montante e a jusante, e em ogiva. As condições de aplicabilidade destes coeficientes são explanados a seguir.

B — *Fórmula de Rehbock — Yarnell*

A partir da observação de numerosos ensaios [6], Rehbock dividiu o escoamento a jusante dos pilares em 3 classes [7]:

— Classe 1 — Escoamento ordinário ou tranquilo, no qual a água atravessa o pilar sem grande agitação.

— Classe 2 — Escoamento intermédio, em que a água adquire uma certa agitação ao atravessar o pilar.

— Classe 3 — Escoamento com grande turbulência.

Provàvelmente estas três classes de escoamento correspondem aos 3 tipos definidos na fig. 11.

Quantitativamente os limites estabelecidos por Rehbock são:

Entre as classes 1 e 2

$$\sigma_A = \frac{1}{0{,}97 + 21\,\omega} - 0{,}13 \qquad (15)$$

Entre as classes 2 e 3

$$\sigma_B = 0{,}05 + (0{,}9 - 2{,}5\,\omega)^2 \qquad (16)$$

Na fig. 13 estão registados os valores da taxa de redução limite σ_A e σ_B em função do coeficiente cinético a jusante, permitindo assim ver fàcilmente a que classe pertencerá determinado escoamento.

A fórmula de Rehbock escreve-se

$$y = [\delta - \sigma\,(\delta - 1]\;(0{,}4\,\sigma + \sigma^2 + 9\,\sigma^4)\;(1 + 2\,\omega)\,\frac{V_3^2}{2g} \qquad (17)$$

em que δ é um coeficiente característico dos pilares.

Os ensaios que parecem merecer mais confiança para determinar o valor de δ são ainda os citados ensaios de Yarnell.

Os valores de δ estão registados na fig. 13, válidos ùnicamente para a 1.ª classe de escoamento e para pilares paralelos à corrente, com um afilamento $\varepsilon = 4$.

C — *Fórmula de Nagler — Yarnell*

Os ensaios de Nagler [1] foram feitos num canal de 0,60 m de largura por 1,20 de profundidade, sobre 34 modelos diferentes de pilares, indicados na fig. 14, obtidos a partir das combinações na cabeça e na cauda de 7 formas distintas: rectangular, semi-circular, em ângulo a 90°, em ângulo a 45°, e mais três formas compostas por arcos de circunferência conforme se indica na figura.

---

(1) Nagler — «Obstructions of bridge piers to the flow of Water» — Transactions A. S. C. E., Paper n.º 1409 — 1917.

(2) Weisbach — «Experimental Hydraulics».

(3) Merriman — «Treatise on Hydraulics».

(4) D'Aubuisson — «Traité d'Hydraulique à l'usage des Ingénieurs», Paris 1834.

(5) Yarnel — «Bridge Piers as channel Obstructions», U. S. Department of Agriculture» Technical Bulletin, n.º 442, Nov. 1934.

(6) Rehbock — «Zur Frage des Brückenstaues» — Zentbl. Bauwerwaltung 39, 1919, pg. 197.

(7) Crausse — «Hydraulique des Canaux découverts» — Paris 1951 — pg. 241.

(1) Nagler - «Obstruction of Bridge Piers to the Flow of Water» — Transactions A. S. C. E. Paper n.º 1409, 1917.

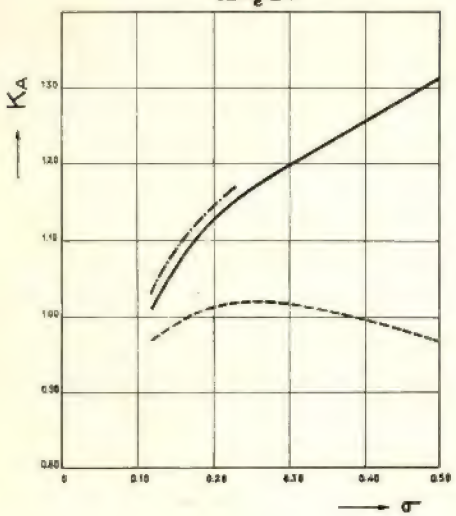
Fórmula de D'Aubuisson — Yarnell

$$Q = k_a\, l_2\, h_3 \sqrt{2g\, y + V_1^2}$$

Valores de ka

Pilares colocados paralelamente à corrente

$\varepsilon = \frac{\ell}{e} = 4$



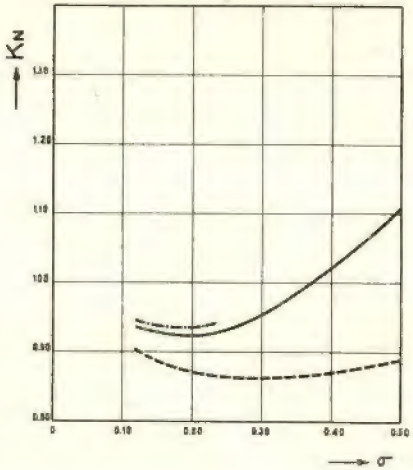
Fórmula de Nagler — Yarnell

$$Q = K_N\, l_2 \sqrt{2g} \left(h_3 - \chi \frac{V_3^2}{2g}\right) \sqrt{y + \beta \frac{V_1^2}{y}}$$

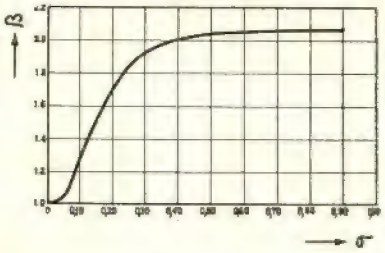
Valores de KN

Pilares colocados paralelamente à corrente

$\varepsilon = \frac{\ell}{e} = 4$



Valores de β



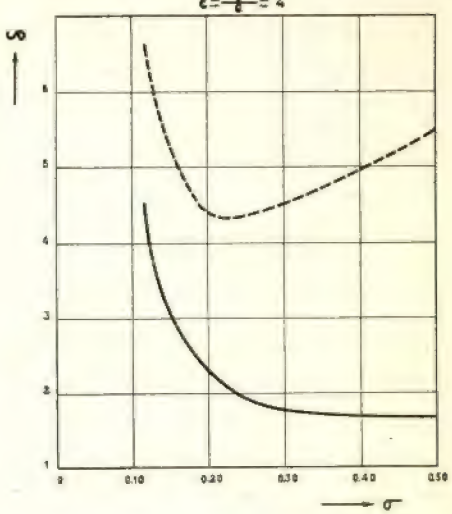
Fórmula de Rehbock — Yarnell

$$y = [\vartheta - \sigma(\vartheta - 1)]\,(0{,}4\sigma + \sigma^2 + 9\sigma^4)\,(1 + 2\omega)\,\frac{V_3^2}{2g}$$

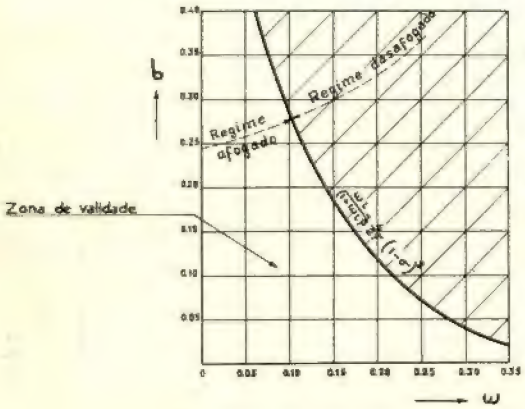
Valores de δ

Pilares colocados paralelamente à corrente

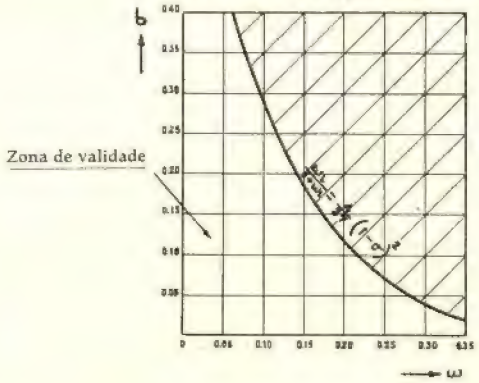
$\varepsilon = \frac{\ell}{e} = 4$



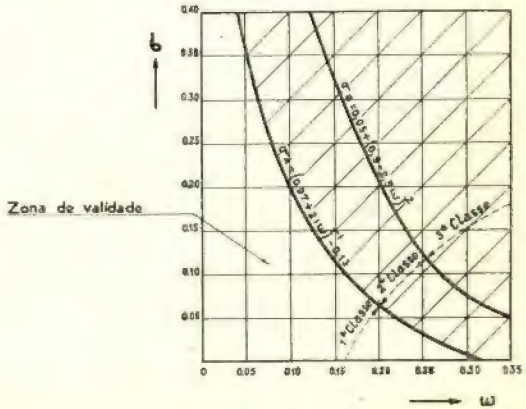
Condições de aplicabilidade

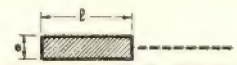


Condições de aplicabilidade

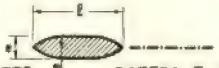


Condições de aplicabilidade

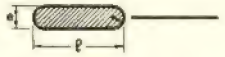




CABEÇA E CAUDA RECTANGULARES



CABEÇA E CAUDA EM OGIVA



CABEÇA E CAUDA SEMI-CIRCULARES

CABEÇA E CAUDA EM TRIANGULO ARREDONDADO

Fig. 13

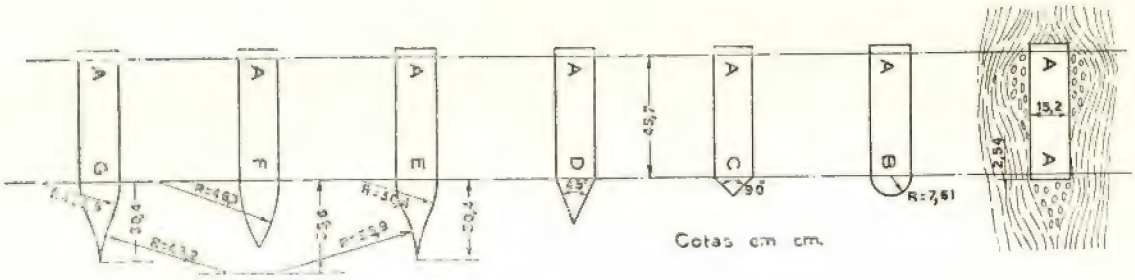


Fig. 14

A partir de 256 medições, e assemelhando o escoamento à passagem num orifício, estabeleceu a seguinte fórmula:

$$Q = K_N\, l_2 \sqrt{2g}\left(h_3 - \chi \frac{V_3^2}{2g}\right)\sqrt{y + \beta \frac{V_1^2}{2g}} \qquad (18)$$

ou

$$y = \frac{Q_2}{2g\left[K_N l_2\left(h_3 - \chi \frac{V_3^2}{2g}\right)\right]^2} - \frac{\beta V_1^2}{2g} \qquad (18')$$

O coeficiente χ, cuja influência é muito pequena, toma-se geralmente igual a 0,3. O coeficiente β é função da taxa de redução da secção, e é dado num dos gráficos da fig. 13.

Para pilares com as dimensões utilizadas e indicadas anteriormente aos quais correspondia uma taxa de redução de cerca de 25 %, os valores médios dos vários coeficientes K_N encontrados constam da tabela junta, em que a primeira letra indica a forma da cabeça e a segunda a forma da cauda do pilar, estando dispostos por ordem crescente.

Tipo de pilar	Valor médio do coeficiente K_N	Tipo de pilar	Valor médio do coeficiente K_N
AA	0,861	GA	0,911
AC	0,862	DC	0,912
AF	0,863	BA	0,914
AG	0,863	BC	0,915
AB	0,866	DD	0,916
AD	0,873	DB	0,918
AE	0,875	FC	0,921
CC	0,893	BB	0,923
CA	0,894	BD	0,923
CD	0,902	BG	0,927
FA	0,903	FB	0,927
CB	0,905	FD	0,927
CF	0,905	DF	0,929
CG	0,906	DE	0,931
CE	0,907	BF	0,931
EA	0,908	DE	0,935
DA	0,910	FE	0,939

Estes valores do coeficiente K_N só são válidos para condições semelhantes às do ensaio.

Para outras taxas de redução apresenta-se o gráfico da fig. 13, obtido a partir das experiências de Yarnell; tal como a fórmula de Nagler estes valores só são válidos para correntes lentas com energia suficiente a montante, e para pilares colocados paralelamente à corrente com um afilamento igual a 4.

D) — *Fórmulas de Yarnell*

Vimos, na alínea anterior, o papel desempenhado pelas experiências de Yarnell, na determinação dos coeficientes K_A, δ e K_N, das fórmulas de d'Aubuisson, Rehbock e Nagler. A fórmula de Rehbock com os coeficientes de Yarnell é só aplicável a correntes de classe *1*, conforme foi definido anteriormente. As fórmulas de d'Aubuisson e Nagler, são válidas para escoamentos em canais com inclinação inferior à crítica (regime lento ou fluvial) e tais que a energia da corrente seja superior a energia crítica da secção entre pilares constituindo a categoria de escoamentos que no capítulo anterior se chamaram afogados.

A separação entre este caso, e o regime desafogado que corresponde a uma insuficiência de energia da corrente natural para vencer o obstáculo, é feita a partir da expressão devida a Yarnell

$$\frac{\omega_L}{(1+\omega_L)^3} = \frac{4}{27}(1-\sigma)^2$$

em que ω_L significa o valor de ω, que para dado valor de σ, faz a separação dos dois tipos de escoamento; esta expressão está representada gràficamente na fig. 13.

Assim ainda dentro de canais com inclinação inferior à crítica, ficaram por aclarar os casos de escoamento desafogado. Para este tipo, propôs Yarnell a seguinte fórmula

$$h_l = h_L + K_y \frac{V_1^2}{2g}$$

em que h_L representa a «altura limite» definida como a altura de água em regime lento no canal não obstruído à qual para o caudal considerado corresponde uma energia igual à energia crítica na secção dos pilares. Este valor obtém-se com relativa facilidade, a partir das curvas $H_1 = f_1$ (h) e $H_2 = f_2$ (h) já atrás referidas; basta tirar pelo ponto (H_{2c}, h_c) uma paralela ao eixo *hh*, a qual intersecta na curva $H_1 = f_1$ (h) num ponto (H_1, h_1).

A impulsão total, tal como atrás foi definida, é, em qualquer secção dum escoamento em superfície livre, a soma de dois termos:

$$\mathcal{M} = \rho\, Q\, V + \gamma\, n\, S\,. \qquad (19)$$

Corresponde o primeiro à quantidade de movimento do caudal que atravessa a secção e o segundo à impulsão hidrostática sobre a área molhada S da secção; n é, como se sabe, a pro-

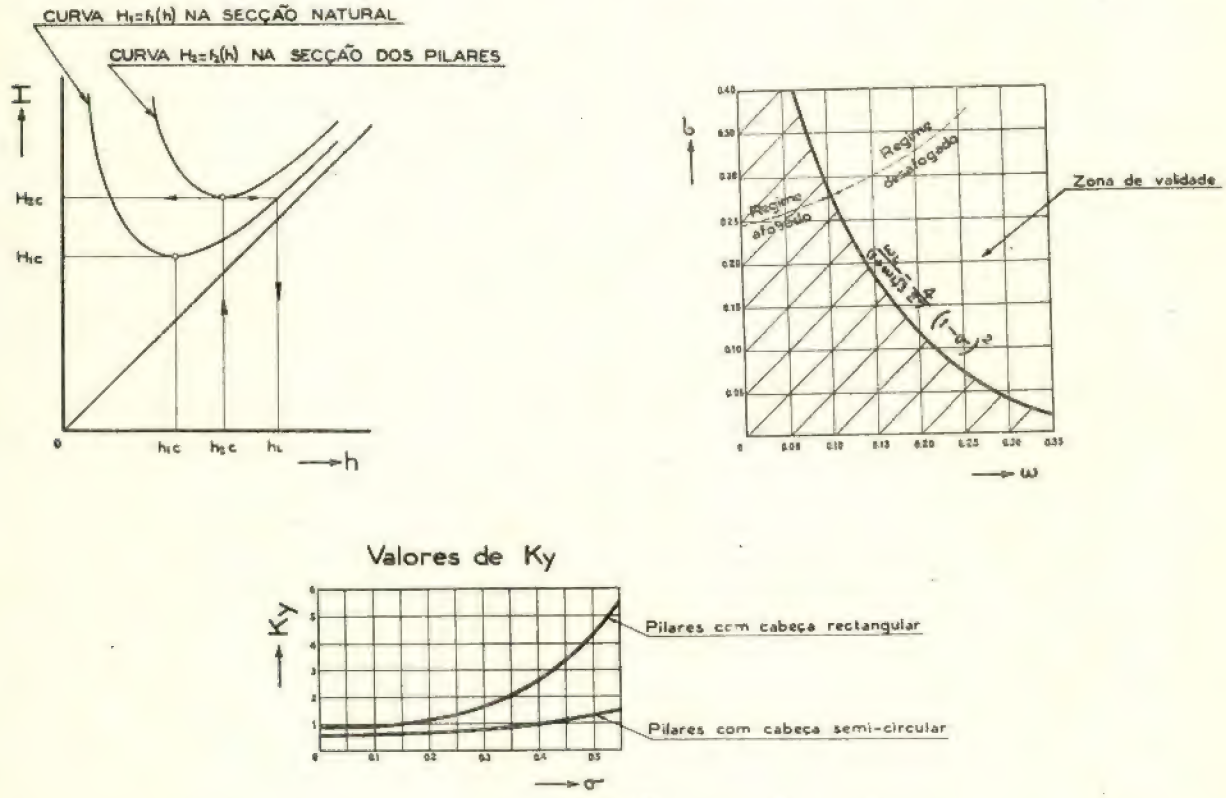


Fig. 15

Será então $h_L = h_1$, Fig. 15.

O valor do coeficiente K_y está igualmente registado num gráfico da fig. 15 (1).

E — *Método de Kock e Carstanjen*

As fórmulas anteriores tinham fundamentos teóricos baseados no Teorema de Bernoulli ou em seus derivados. O método que agora se indica baseia-se no teorema de Euler, ou da quantidade de movimento (2).

(1) Jobes — «Testing Theoretical Losses in Open Channel Flow» — Civil Engineering — December 1942.

(2) G. M. Allen, Jr. — «Aproximate method determines bridge pier loss» — Civil Engineering, March 1953, pg. 61.

fundidade do centro de gravidade, medida a partir da superfície livre.

Para comodidade de cálculos e exposição, consideraremos o valor de $M = \frac{\mathcal{M}}{\gamma}$ e faremos $I = n\, S$.

Será então

$$M = \frac{Q}{g} V + I = \frac{Q^2}{g\, S} + I \qquad (20)$$

Observações efectuadas na natureza, pelo «Los Angeles District, Corps of Engineers — U. S. A.» parecem permitir concluir que para um dado escoamento, na passagem da seceção *1* para a secção *2* a quantidade de movimento sofra uma

redução aproximadamente proporcional à relação entre áreas. As mesmas observações parece terem mostrado que na passagem de *2* para *3* não existe qualquer redução da quantidade de movimento.

Tendo em consideração as reduções das quantidades de movimento atrás indicadas, e representando por I_o a pressão hidrostática exercida nos pilares de área normal ao sentido do escoamento S_o, podemos então escrever

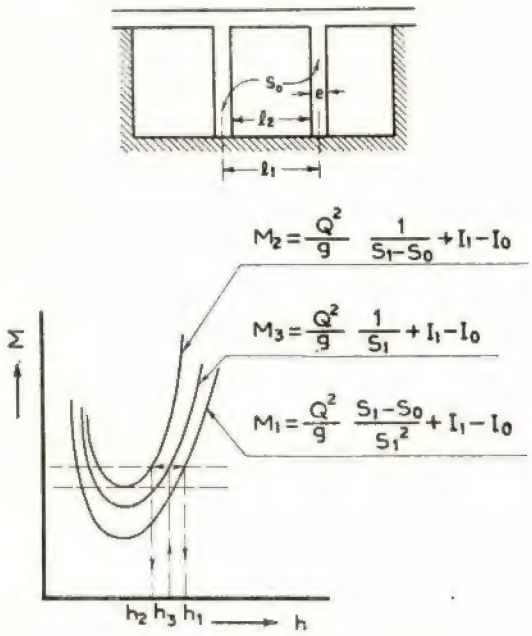


Fig. 16

$$\frac{Q^2}{gS_1}\left(\frac{S_1 - S_o}{S_1}\right) + I_1 - I_o = \frac{Q^2}{gS_2} + I_2 \qquad (21)$$

$$\frac{Q^2}{gS_2} + I_2 = \frac{Q^3}{gS_3} + I_3 - I_o \qquad (22)$$

As alturas de água a montante e a jusante devem ser tais que satisfaçam a estas duas equações.

Vejamos como obter gràficamente a solução.

Para a mesma altura de água seria

$$I_1 - I_o = I_2 = I_3 - I_o \qquad (23)$$

$$S_1 - S_o = S_2 = S_3 - S_o \qquad (23')$$

Nestas condições a impulsão total, em cada secção, seria :

$$M_1 = \frac{Q^2}{g} \frac{S_1 - S_o}{S_1{}^2} + I_1 - I_o \qquad (24)$$

$$M_2 = \frac{Q^2}{g} \times \frac{1}{S_1 - S_o} + I_1 - I_o \qquad (24')$$

$$M_3 = \frac{Q^2}{g} \times \frac{1}{S_1} + I_1 - I_o \qquad (24'')$$

Para um dado caudal, M é uma função da altura *h*; calculemos o valor dos *M* para vários valores de *h*.

As curvas respectivas M = f (h) estão representadas na mesma figura.

A solução do problema é agora imediata visto que aquelas expressões, nas quais já foram considerados os termos correctivos experimentais, devem ser iguais nas 3 secções, obtendo-se pois a solução a partir de uma horizontal.

Conhecida a altura h_3 a horizontal que passa pelo ponto correspondente intersectará nas outras 2 curvas pontos a que correspondem os valores de h_1 e h_2. Normalmente haverá 6 pontos e no mínimo serão 5 correspondendo esta solução à passagem em regime crítico. Em cada curva, um dos pontos refere-se ao regime rápido e o outro ao regime lento.

F — *Influências secundárias*

a) *Influência do afilamento*

Os coeficientes atrás apresentados K_A, K_N e δ, referem-se a afilamentos ε iguais a 4.

A variação de ε tem uma influência secundária : assim, os valores de K_A e K_N diminuem de 0,5 % quando ε cresce de 4 a 13. A influência sobre δ é também muito pequena dando-se, porém, em sentido contrário, isto é, δ cresce muito ligeiramente com ε.

O valor óptimo para ε, função da velocidade, parece estar compreendido entre 4 e 7.

b) *Influência de orientação*

Os pequenos desvios angulares dos pilares em relação à direcção da corrente têm também influência pouco sensível. Como ordem de grandeza basta indicar que K_N diminui cerca de 0,5 % para ângulos de 10° entre o eixo longitudinal do pilar e a direcção da corrente; para ângulos da ordem dos 20° a diminuição de K_N é maior podendo computar-se em 7 %.

4. Conclusões

a) Para canais de inclinação inferior à crítica (caso normal nos grandos cursos de água naturais), com energia em regime uniforme antes da obstrução superior à energia crítica na secção dos pilares, (regime afogado, segundo a classifi-

cação de Yarnell) a fórmula de Nagler dá resultados já confirmados na natureza. Dentro deste tipo de escoamento mas dentro da classe 1, conforme foi definida por Rehbock, a fórmula deste autor bem como a de D'Aubuisson, dão resultados dignos de confiança.

b) Ainda dentro de canais de inclinação lenta mas com energia natural antes da obstrução inferior à energia crítica na secção contraída, (regime desafogado de Yarnell), é válida a aplicação da segunda fórmula de Yarnell.

Ensaios na natureza ([1]) parece permitirem concluir, que, embora a fórmula de Yarnell seja aplicável, os valores obtidos aplicando o método Kock e Carstanjen se aproximam bastante mais da realidade.

c) Para canais com inclinação superior à crítica não existem ainda quaisquer indicações, sendo porém de admitir a aplicabilidade do método de Kock, enquanto não houver estudos que permitam resolver melhor esta dificuldade.

d) Na determinação dos coeficientes K_A, K_N e δ os ensaios que merecem melhor confiança são os de Yarnell. Para fórmulas de pilares diferentes das indicadas, podem servir como orientação, os valores obtidos por Nagler, para taxas de redução de secção $\sigma = 0{,}25$, os quais podem ser comparados com os valores para a mesma taxa de redução, indicadas nas figuras anteriores.

APÊNDICE

Forma óptima dos pilares

Viu-se anteriormente a influência da forma dos pilares, tanto na cabeça como na cauda, sobre os valores dos diferentes coeficientes.

A perda de energia e a correspondente sobreelevação y, serão tanto menores, quanto menor for a contracção provocada pela cabeça e quanto mais suave for o alargamento na secção de saída. Estes mínimos verificam-se para perfis com formas aerodinâmicas; no caso de pilares colocados paralelamente ao escoamento, o perfil correspondente, conhecido por perfil de Joukowsky biconvexo é de fácil determinação gráfica, pelo que daremos uma ideia resumida dos fundamentos teóricos do estabelecimento do perfil e a maneira de gràficamente o determinar.

Assemelhando o fenómeno a um escoamento irrotacional, (hipótese que embora não corresponda à realidade é válida em primeira aproximação) é possível aplicarmos toda a teoria dos movimentos irrotacionais e utilizarmo-nos de toda a fecundidade das tranformações conformes de variáveis complexas na resolução deste problema.

Consideremos a transformação expressa pela equação

$$W = Z + \frac{(a-m)^2}{Z}$$

em que

$$Z = x + iy$$

e

$$W = u + iv$$

Verifica-se que $\lim W = Z$
$Z = \infty$

isto é, a distância infinita o esquema de movimento de W coincide com o de Z, sendo consequentemente possível sobrepor os dois planos de tal modo que o eixo Ox e Ou coincidam.

Consideremos a curva definida por

$$Z = a\, e^{i\theta}$$

quando θ varia entre O e π. A partir da fórmula de Euler será

$$Z = a\,(\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta)$$

isto é

$$x = a \cos\theta$$

$$y = a \operatorname{sen}\theta$$

Isto mostra-nos que o afixo do complexo Z descreve um círculo de equação

$$x^2 + y^2 = a^2$$

Efectuando uma translação ao longo do eixo real, deslocando o centro da circunferência de m, ficaremos com a equação (fig. 17)

$$Z = m + a\, e^{i\theta}$$

A transformada desta circunferência pela função W é

$$W = m + a\, e^{i\theta} + \frac{(a-m)^2}{m + a\, e^{i\theta}}$$

([1]) Jobes – «Testing Teoretical Losses in Open Channel Flow» – Civil Engineering, December 1942.

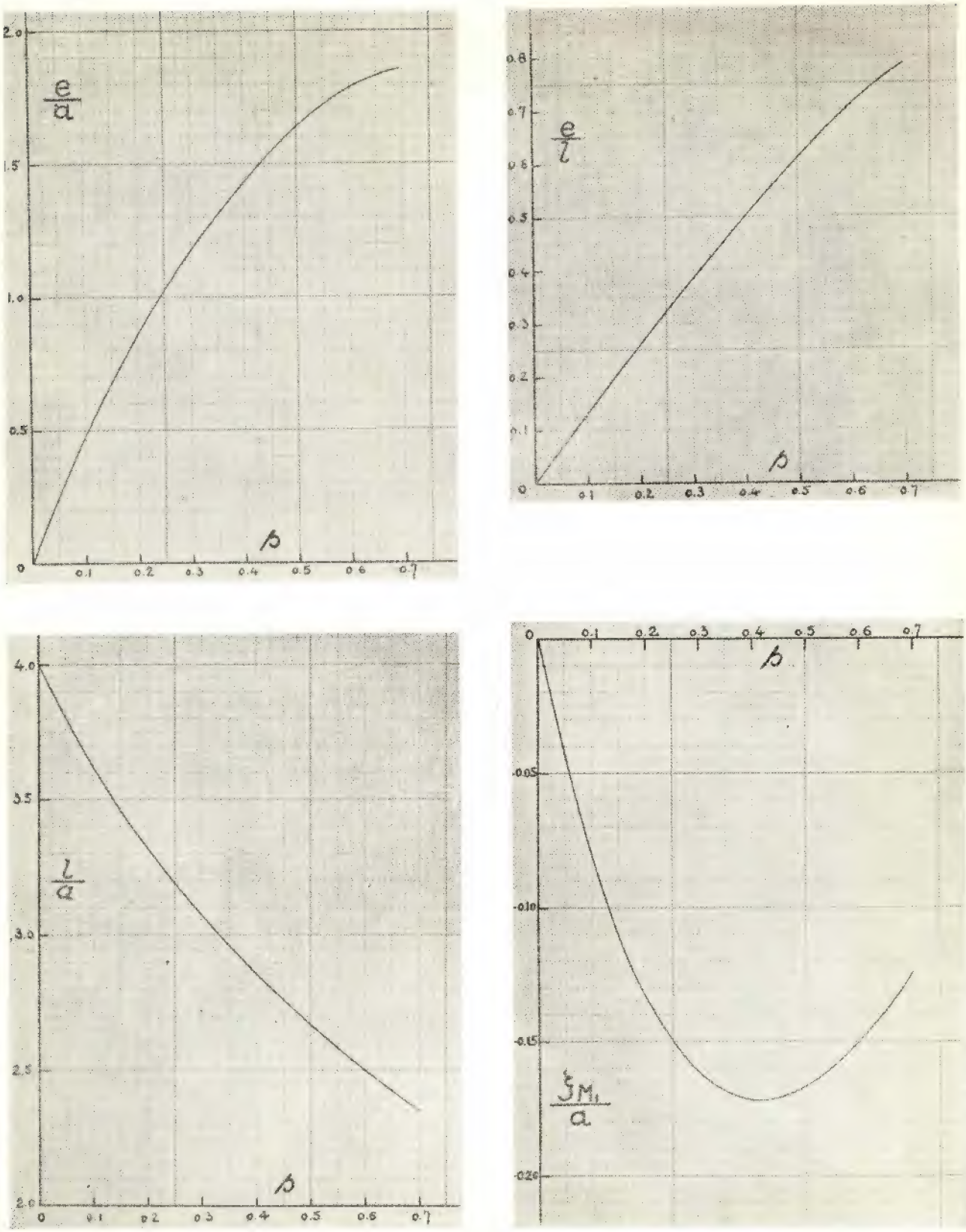


Fig. 18

Esta transformação fornece-nos no plano dos $W = u + iv$ um perfil aerodinâmico biconvexo simétrico conhecido pelo nome de perfil de Joukowsky.

Seguindo Escande [1], façamos

$$\lambda = a - m, \; s = \frac{m}{a}$$

Efectuando ùnicamente transformações matemáticas, conclui-se que as coordenadas u e v do perfil transformado são dados pelas expressões:

$$\frac{u}{a} - 2\,(1 + \cos\theta)\,\frac{1 + s\cos\theta}{s^2 + 2\,s\cos\theta + 1} - 2\,\frac{\lambda}{a}$$

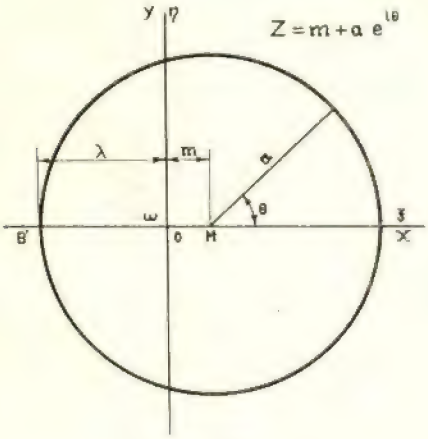


Fig. 17

$$\frac{v}{a} = 2\,(1 + \cos\theta)\,\frac{s\,\mathrm{sen}\,\theta}{s^2 + 2\,s\cos\theta + 1}$$

Substituindo θ por $-\theta$, o valor de u mantém-se por ser

$$\cos\theta = \cos\,(-\theta),$$

e o valor de v toma o valor $-v$, por ser

$$\mathrm{sen}\,\theta = -\,\mathrm{sen}\,(-\theta),$$

o que nos prova que realmente o perfil é simétrico.

Fazendo $\theta = 0$ e $\theta = 2\pi$, vê-se fàcilmente que o comprimento do perfil é

$$l = 4\,a\,\frac{1}{1 + s}$$

Para achar a máxima espessura e basta saber o valor máximo de y isto é, resolver a equação

$$\frac{dv}{d\theta} = 0$$

(1) L. Escande — «Barrages», Paris 1937. Pg. III-27.

Na fig. 18 apresentam-se, extraídos de Escande (obra citada) os gráficos das funções $\frac{l}{a}$, $\frac{e}{a}$ e $\frac{e}{l}$ em função de $s = \frac{m}{a}$.

Ao círculo inicial corresponde pois um perfil simétrico biconvexo de comprimento l e espessura e cujos pontos têm por coordenadas u e v dados pelas expressões acima referidas.

Inversamente fixado um valor para o comprimento e para a espessura do perfil ficamos com a relação $\frac{e}{l}$ a partir da qual se obtém o valor de s.

Podemos obter em função de s já conhecido o valor $\frac{e}{a}$ e como fixámos o valor de e, obter o valor de a.

Conhecido a, s e m conhecemos os elementos definidores do círculo base e podemos traçar o perfil correspondente ao comprimento e largura desejada.

É possível, devido a Trefftz, fazer a construção gráfica deste perfil a partir de um segundo círculo com centro no eixo real e de abcissa dada pela equação

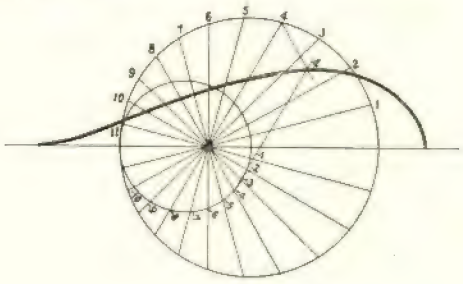


Fig. 19

$$\xi_{M_1} = -\,\frac{\lambda_2\,m}{a_2 - m_2}$$

apresenta-se a curva que Escande dá os valores de $\frac{\xi_{M_1}}{a}$ em função de $s = \frac{m}{a}$.

Obtidos estes dois círculos, cada ponto P do perfil desejado obtém-se pela soma vectorial definida por

$$(P - O) = (P' - O) + (P'_1 - O)$$

em que:

— P' é um ponto do círculo com centro em M (o,m)

— P'_1 é um ponto do círculo com centro em M, (o, ξ_{M_1}), a que corresponde um ângulo $\theta_1 = -\theta$, sendo θ o ângulo polar de P' (Fig. 19).

Obtidos alguns perfis, é possível com relativa facilidade adaptar as suas partes de montante e de jusante a um pilar de uma ponte, e, na medida em que isso seja conveniente substituí-los por curvas de mais fácil definição. Este modo de proceder justifica-se, já devido à natureza do problema, já devido às hipóteses de regime irrotacional inicialmente estabelecidas e que não têm correspondência no fenómeno real.

Bibliografia

King — Handbook of Hydraulics — Mc Graw Hill — New York — 1939.

De Marchi — Idraulica — Milano 1947.

Scimemi — Compendio de Idraulica — Padova 1938.

Puppini — Idraulica — Bologna 1947.

Crausse — Hidraulique des Canaux Dècouverts — Paris 1951.

Allen, Jr — Aproximate Method determines bridge pier loss — Civil Engineering, March 1953, pg. 61.

Jobes — Testing Theoretical Losses in open channel Flow — Civil Engineering Dec. 1941.

Nagler — Obtruction of bridge piers to the flow of Water — Transactions A. S. C. E. — Vol. 82 — 1918.

Blanchet — Sur le Probrème des remous des partes de charge produits par les singularités dans les canaux et rivières — La Houille Blanche, 1945, n.° 1, pg. 39.

Escande — Barrages, Paris 1937, pg. III — 27.

FICHEIRO

Classificadores responsáveis:

Carlos Nogueira Martins, Fernando Eduardo Rebelo Simões, João Pedro Antunes Gomes e João Armando Costa Marques.

Recortar as indicações bibliográficas que formam uma ficha e estão encimadas por C. D. *(classificação decimal)*.

Colar cada referência num pequeno rectângulo de cartolina com 75 × 125 mm..

Ordenar pelos índices decimais, *começando da esquerda para a direita,* independentemente do número de algarismos que o índice contiver.

Consultar, em casos duvidosos, a exemplificação inserida na «Técnica» n.º 218 e seguintes, ou recorrer à Biblioteca da A. E. I. S. T..

Notar que a inserção das fichas nesta publicação respeita a ordem correcta, no intuito de a esclarecer o mais possível.

A comodidade de possuir no próprio local de trabalho um arquivo ordenado e de fácil consulta sobre assuntos que se sabe onde existem, é uma das evidentes vantagens de um ficheiro de Classificação Decimal.

Os assuntos de que estas fichas são referência ficam patentes à consulta a partir desta data.

LIVROS

C. D. 621 (424.1)

Mechanical Engineering around Bristol – *A. B. Cooper.*

The Institution of Mechanical Engineers, 12-8-952 vol. 1, págs. 7.

C. D. 621 (427,4)

The Engineering industrie of Sheffield; The Metallurgical Industries of Sheffield — *M. A. Fiennes, Charles Sykes.*

The Institution of Mechanical Engineers, 1-7-953 vol. 1, págs. 10.

C. D. 621.434.12 : 629.13

The development of the De Havilland series of engines for light aircraft — *J. L. P. Brodie.*

The Institution of Mechanical Engineers, vol. 1 págs. 12.

C. D. 621.43.013.2 : 534.01

Wave action following the sudden release of air through an engine port system — *F. J. Wallace* e *R. W. Stuart Mitchell.*

The Institution of Mechanical Engineers, 16-10-952 págs. 16.

C. D. 621.43.019.8.001.5

Recent developments in «knock» research — *D. Downs* e *R. W. Wheeler.*

The Institution of Mechanical Engineers, 22-2-952 págs. 12.

C. D. 621.43.038

Injection characteristics and diesel knock — *A. J. Davies.*

The Institution of Mechanical Engineers, vol. 1 págs. 8.

C. D. 621.43.044 : 621.397

Ignition intérference with television reception — *A. H. Ball* e *W. Nethercot.*

The Institution of Mechanical Engineers; The Institution of Electrical Engineers, 10-2-953, vol. 1, págs. 8.

C. D. 621.643.4

Pipe flanges research commitee-third report — *A. E. Johnson* e *R. W. Bailey.*

The Institution of Mechanical Engineers, 12-2-954 vol. 1, págs. 35.

C. D. 621.825.7

The design of flexible disk misalignment couplings — *P. H. W. Wolff.*

The Institution of Mechanical Engineers, 15-9-952 vol. 1, págs. 10.

C. D. 621.979.67

Fizter efficiency and standardization of test dust — *H. Heywood.*

The Institution of Mechanical Engineers, 30-6-952 vol. 1, págs. 20.

C. D. 625.7 : 629.113

The effect of gradient on fuel comsumption and speed of a road vehicle — *C. R. Webb.*

The Institution of Mechanical Engineers, vol. 1 págs. 8.

C. D. 628.53

Control and Recovery of dust and fume in industry — *R. Ashman.*

The Institution of Mechanical Engineers, 30-6-952 vol. 1, págs. 20.

BIBLIOTECA

REFERÊNCIAS SOBRE LIVROS RECEBIDOS

C. D. 626.12

Étude et tracé des écoulements permanents en canaux et rivières, por *R. Silber*. Dunod éditeur — Paris — 192 págs. — Preço 1.800 fr.

Vêm de longa data as tentativas de estabelecimento de diagramas universais para o cálculo do regolfo em canais prismáticos. Sem falar noutros, basta recordar o da autoria do prof. Abecasis Manzanares, proposto na dissertação de concurso para professor do I. S. T. em que se apresenta um ábaco cartesiano da função $I = \frac{A}{z-1}$, tomando A como parâmetro da família de curvas. O método exposto no «Étude et tracé des écoulements permanents en canaux et rivières» baseia-se no traçado das curvas de variação do caudal com a altura de água, para um valor constante da energia específica. Introduzindo as noções de «profundidade reduzida» y^*, igual à profundidade real dividida pela energia específica H_s e de «caudal reduzido», dado pela expressão:

$$q^* = \frac{Q/l_m}{H_s \sqrt{2gH_s}}$$

em que Q representa o caudal real e l_m a largura média para a profundidade y, o autor consegue estabelecer, em função desses parâmetros, a equação universal dos escoamentos lineares em superfície livre:

$$q^* = y^* \sqrt{1 - y^*}.$$

Esta fórmula dá a variação do caudal reduzido, com a altura reduzida para um canal de forma, dimensões e caudal quaisquer. Para a sua utilização prática no traçado das curvas de regolfo, torna-se necessário conhecer o valor da energia específica em cada secção. É porventura aqui que reside a deficiência do método. Com efeito, o emprego do diagrama universal exige a determinação, à parte, do valor da energia específica em cada secção e, consequentemente, das perdas de carga de secção para secção, muito embora esse trabalho seja facilitado por curvas auxiliares e características secundárias existentes no mesmo diagrama. Deste modo, se o método nos parece ter vantagens extraordinárias sob o ponto de vista didático, pela clareza com que permite seguir as evoluções da superfície livre, quer em troços prismáticos, quer em transições e singularidades, a sua aplicação prática afigura-se pouco cómoda.

Este facto, contudo, não tira nada do seu valor à obra que é, sem qualquer dúvida, um bom livro de consulta, em que os problemas de escoamentos permanentes em superfície livre são tratados com rara clareza e estudados com minúcia.

No primeiro capítulo, o autor faz uma recapitulação das teorias clássicas sobre o regolfo, depois de ter apresentado as noções básicas sobre energia específica, distribuição das pressões, movimento uniforme, etc. Apresenta os métodos de Bresse, Bakhmeteff e Mononobe, sem referir os aperfeiçoamentos introduzidos neste último pelo prof. Varennes e Mendonça, nem citar outros métodos, para casos especiais ou não, como o de Tolkmitt e o do prof. Abecasis Manzanares.

Apresenta a seguir o seu diagrama universal, atrás citado, a partir do qual, em toda a obra, estuda os variados casos de regolfo, primeiro em canal ideal, depois em canais prismáticos reais. Estuda o andamento da superfície livre nas mudanças de inclinação e nas singularidades (soleiras, alargamentos e estreitamentos). É de lamentar, contudo, que o autor continue a usar o seu diagrama universal nalguns casos de escoamento vizinho do crítico, em que, aquele já não é válido, pelo facto de a expressão da energia específica deixar de ser a que serviu de base ao seu estabelecimento, devido à curvatura dos filetes. E é tanto mais de lamentar quanto o autor já abordou com eficiência este mesmo problema em revistas da especialidade.

Finalmente apresentam-se a evolução das curvas de regolfo em função do caudal, num dado canal, as anomalias das curvas de regolfo e o estudo das mesmas curvas em canais não prismáticos e em cursos de água naturais.

F. A.

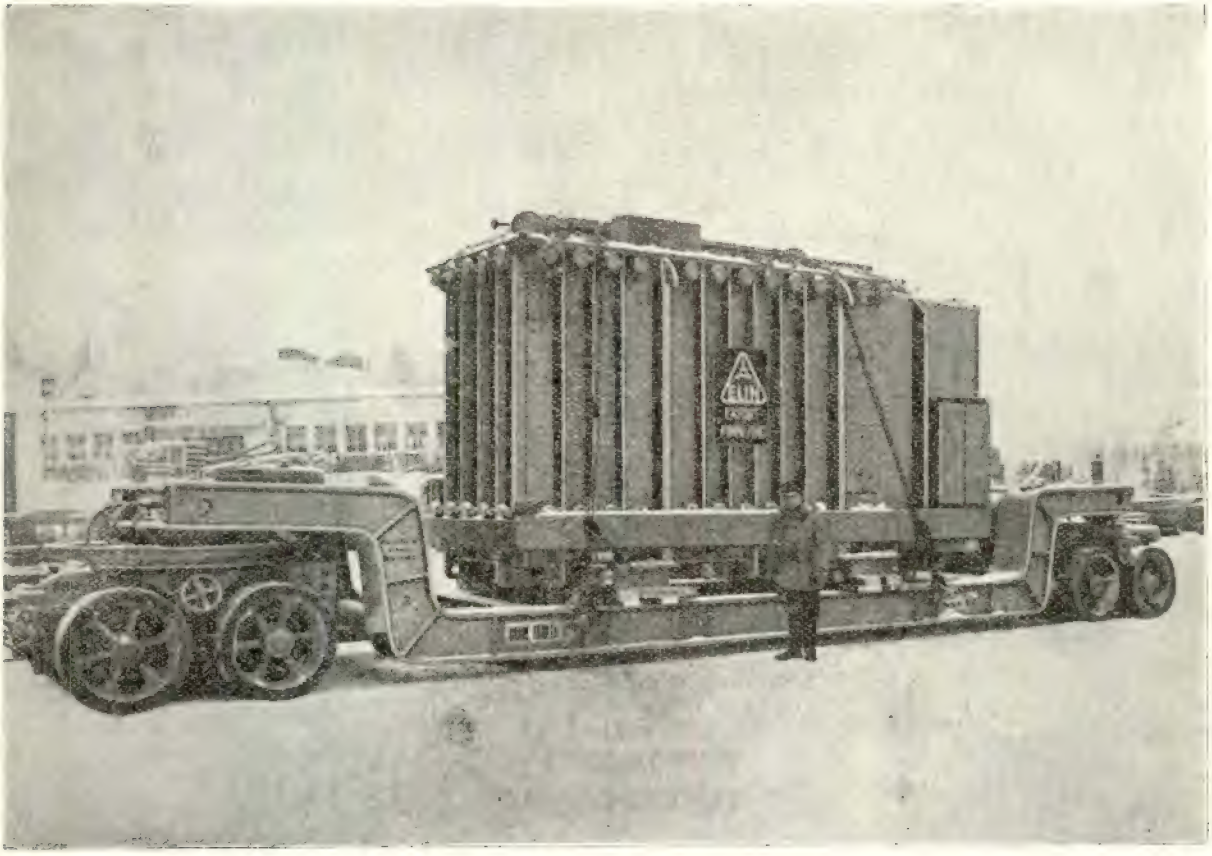
ELIN

AKTIENGESELLSCHAFT FUR ELEKTRISCHE INDUSTRIE

VIENA — ÁUSTRIA

Fabricantes e instaladores de:

Equipamentos eléctricos para alta e baixa tensão — Geradores — Redes de distribuição de energia — Centrais térmicas e hidroeléctricas — Transformadores — Motores — Disjuntores — Arrancadores — Equipamentos de soldadura manual e automática — Material para tracção eléctrica — Material para iluminação — Rectificadores de mercúrio



Transformador com regulação sob carga, 30.000 K. V. A., 110.000 V. ±12 × 1,5 % / 21.000 V, 50 ciclos, instalado na central de Tampere, Finlândia

REPRESENTANTES:

SOC. COM. CROCKER DELAFORCE & C.ª, S. A. R. L.

Rua D. João V, 2-2.º — LISBOA

C. D. 629.11.013.3

The mathematical theory of the snaking of two--wreeled trailers, with practical rules and devices for preventing snaking – *D. Williams.*

The Institution of Mechanical Engineers, 30-8-952 vol. 1, págs. 15.

C. D. 629.11.013.3

Trailers and semi-trailers — *Arthur Marenbon.*

The Institution of Mechanical Engineers, 11-12-951 págs. 12.

C. D. 629.13.014.5

Powered flying-controls; some design considerations — *F. J. Bradbury* e *S. M. Parker.*

The Institution of Mechanical Engineers, 1-2-952 vol. 1, págs. 8.

C. D. 629.113

The changing practice of automobile engineering — *Maurice Platt.*

The Institution of Mechanical Engineers, 7-10-952 págs. 10.

C. D. 629.113.001.4

Life assessment tests for commercial vehicles – *John Alden.*

The Institution of Mechanical Engineers, 13-1-953 págs. 10.

C. D. 629.113 — 45 (4)

Long-distance diesel buses on the european continent – *J. A. Steenman.*

The Institution of Mechanical Engineers, 15-6-952. págs. 6.

C. D. 629.113 — 44/5 (42)

The development of transport and commercial vehicles in Bristol — *A. W. Hallpike.*

The Institution of Mechanical Engineers, 12-8-952 vol. 1, págs. 8.

C. D. 629.113 : 551

Motor vehicles in hot countries — *C. J. D. Carruthers.*

The Institution of Mechanical Engineers, 30-6-952 págs. 8.

C. D. 629.113 : 621.43.057 5

The significance of octane numbers in relation to road performance — *H. J. Eatwell* e *J. G. Withers.*

The Institution of Mechanical Engineers, 22-2-952 págs. 12.

C. D. 629.118.014

Steering and stability of single-track vehicles — *R. A. Wilson-Jones.*

The Institution of Mechanical Engineers, 8-1-952 págs. 11.

C. D. 665.5 : 621.436

Use of heavy fuels for medium-sized marine and stationary Diesel engines — *J. R. P. Smith.*

The Institution of Mechanical Engineers, 7-3-952 págs. 8.

C. D. 692

The new factory — *J. G. Bulger.*

The Institution of Mechanical Engineers, 30-6-951 vol. 1, págs. 8.

ARTIGOS DE REVISTA

C. D. 62 : 656.03

Influencia de las operaciones de carga y descarga de buques en la productividad general de la industria — *J. M. Mallol.*

Revista Industrial y Fabril, 1-954, vol. 9, n.º 88 pág. 22-3.

C. D. 66 : 664 : 669.71

Aluminium in the food and chemical industries — *R W. Nuttal.*

Metallurgia, 2-954, vol. 49, n.º 292, pág. 63-70.

C. D. 69.002.22

Prefabricacion — *José M. Eymar.*

Informes de la Construccion, 1-954, n.º 54.

C. D. 72 : 62

La colaboración del arquitecto y el ingeniero en la construccion del mercado de Reims — *M. Maigsot.*

Hormigón y Acero, 6-934, n.º 2, pág. 83.

C. D. 174

De la culpa — *Eduardo de Castro.*

Hormigón y Acero, 10-934, n.º 6, pág. 243.

C. D. 336 625.855

Bases económicas para o fabrico e aplicação de argamassas betuminosas para pavimentos de betão asfáltico — *Rui Freiria.*

Revista do Sindicato Nacional dos Engenheiros Auxiliares, Julho-Agosto de 1953, n.º 88, pág. 142.

C. D. 539.2

Plane plasticity — *B. B. Hundy.*

Metallurgia, 3-954, vol. 49, n.º 293, pág. 109-18.

43 referências bibliográficas.

C. D. 541.9

La justificación de las anomalias del sistema periódico — *L. H. Acera.*

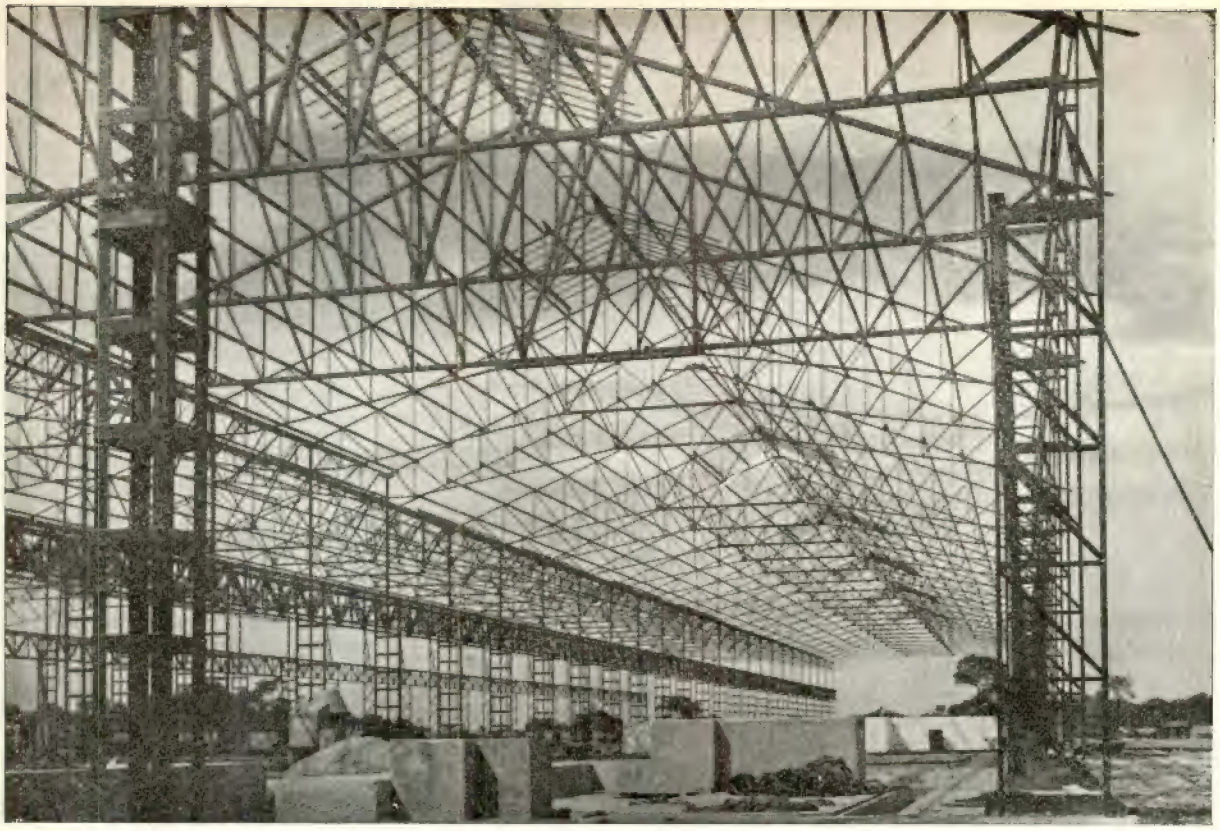
Ion, 2-954, vol. 14, n.º 151, pág. 78-9.

C. D. 547.96 : 582 26

Aminoácidos, proteinas y otros productos químicos derivados de las algas.

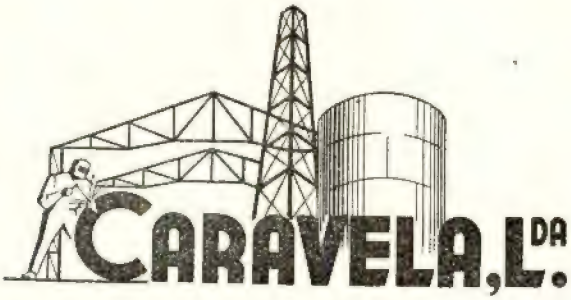
Ion, 2-954, vol. 14, n.º 151, pág. 71-7.

30 ref. bibl.



Vista da nave das máquinas das instalações da Lusalite em África
Executada pela Fábrica Metalúrgica e Construtora CARAVELA, LTD.ª (Antiga OMES)

FÁBRICA METALURGICA E CONSTRUTORA



Nesta oficina executam-se também outros trabalhos; como:

Reservatórios, estruturas metálicas para aparelhos de elevação, postes metálicos, condutas metálicas, pontes metálicas, etc.

Sede: Avenida Infante D. Henrique — Talhão 10 — LISBOA

Telef. 399008 / 399480

C. D. 553.624 (46)

Origen y características de las graveras fluviales — *Francisco Hernández-Pacheco.*

Hormigón y Acero, 8-934, n.º 4, pág. 152.

C. D. 582.26 : 547.96

Aminoácidos, proteinas y otros productos químicos derivados de las algas.

Ion, 2-954, vol. 14, n.º 151, pág. 71-7.

30 ref. bibl.

C. D. 621.3.064.2 : 621.314.21 : 621.316.57.064.25

Déclenchement de transformateurs à vide et de lignes non chargées, par disjoncteurs à faible volume d'huile *H. Rohrer.*

Bulletin Oerlikon, 8-953, n.º 299, pág. 52 a 58.

C. D. 621.316.9

Los cortacircuitos en viviendas y edificios públicos — *J. A. Petrirena.*

Hormigón y Acero, 8-934, n.º 4, pág. 183; 9-934 n.º 5, pág. 214.

C. D. 621.313.32 011 3

Les réactances et autres constantes de la machine synchrone — *Th. Laible.*

Bulletin Oerlikon, 10-953, n.º 300, pág. 59 a 71.

C. D. 621.315.9 : 621.313.32

La protection des Alternateurs — *F. Becker.*

Bulletin Oerlikon, 4-953, n.º 297, pág. 15 a 28.

C. D. 621.316.91 : 621.316.12

Un nouveau dispositif de protection contre les courts--circuits dans les réseaux à courant continu — *R. Goulon.*

Bulletin Oerlikon, 6-953, n.º 298, pág. 40 a 42.

C. D. 621.335.42 : 635.1 (494)

Les automatrices monophasées de 1600 ch. CFe 4/4, n.os 841 ... 871, des Chemins de Fer Fédéraux Suisses — *L. H. Leyvraz e G. Degen.*

Bulletin Oerlikon, 6-953, n.º 298, pág. 31 a 40.

C. D. 621.365 : 669.187

The electric arc steel melting furnace.

Metallurgia, 3-954, vol. 49, n.º 293, pág. 119-22.

C. D. 621. 397.7 : 621.396.97

Technical Arrangements for the Sound and Television Broadcasts of the Coronation Ceremenies on 2nd June, 1953 — *W. S. Procter, M. J. L. Pulling, e F. Williams.*

The Proceedings of the Institute of Electrical Engineers, 3-954, vol. 101, n.º 128, pág. 59.

C. D. 621.746

Faults in pressure die castings — *W. M. Halliday.*

Metallurgia, 1 e 2-954, vol. 49, n.os 291-2, pág. 35-40 + + 55-60.

C. D. 621.884 : 669.71

Regent developments in the rivesting of aluminium — *A. W. Brace.*

Metallurgia, 2-954, vol. 46, n.º 292, pág. 71-5.

11 referências bibliográficas.

C. D. 624.4.057.4

Estado actual de los trabajos de montaje del puente para ferrocabril y carretera sobre el pequeño belt.

Hormigón y Acero, 8-934, n.º 4, pág. 175.

C. D. 624.07

Design calculations for cylindrical shell roofs — part 1, 2, 3, 4 — *I. E. Gibson.*

Civil Engineering and Public Works Review

10-953	vol. 48	n.º 568	pág. 943
11-953	» 48	» 569	» 1055
12-953	» 48	» 570	» 1157
1-954	» 49	» 571	» 73

C. D. 624.21.012.47

El nuevo puente lombard de Hamburg.

Informes de la Construccion, 12-953, n.º 56.

C. D. 624.92 : 725.35

Depósitos múltiples de hormigón armado para cerveza — *E. I. Critzas.*

Informes de la Construccion, 1-954, n.º 57.

C. D. 624.012.47

The design of prestressed concrete beams subject to secondary shear and torsion — part 1,2 — *Henry J. Cowam.*

Civil Engineering and Public Works Review, 12-953, vol. 48, n.º 570, pág. 1141; 1-954, vol. 49, n.º 571, pág. 67.

C. D. 624.154.3

Hollow precast piling in sections.

Building Materials Digest, 11-954, vol. 14, n.º 2, pág 70.

C. D. 624.191.8

Encofrados de metal ligero para túneles y galerias — *R. Zimmermann.*

Informes de la Construccion, 12-953, n.º 56.

C. D. 624.022 : 691.735.771

Curtain walls of aluminium — *H. W. Perry.*

Building Materials Digest, 11-954, vol. 14, n.º 2, pág. 56.

C. D. 624.041.6

The calculation of elastic properties of non-prismatic structural members — *E. Markland.*

Civil Engineering and Public Works Review, 1-954 vol. 49, n.º 571, pág. 63.

C. D. 624.041.63

Traçado sistemático de linhas de influência de momentos — *Agostinho Álvares Ribeiro.*

Engenharia, 3 e 4-953, n.º 16, pág. 40.

BETHLEHEM STEEL

O HOMEM DA BETHLEHEM STEEL

Onde quer que esteja, V.S. está próximo da Bethlehem Steel, de seus produtos e representantes.

Os produtos da Bethlehem podem estar muito mais próximos do que V.S. pensa, sob a forma de ligas especiais, chapas, perfis para estruturas, fitas, fôlha de Flandres, tubos, cabos, vigas, barras, trilhos, produtos êsses que fazem parte de sua vida diária.

E os serviços e solícitos representantes da Bethlehem estão, na realidade, ao seu alcance, porque se encontram em todos os cantos da terra, em pontos acessíveis, sempre prontos a ajudá-lo. É fácil negociar com a Bethlehem. Bethlehem Steel Export Corporation, 25 Broadway, New York 4, E. U. A. Telegramas: "BETHLEHEM, NEWYORK."

A grande usina da Bethlehem em Sparrows Point, Baltimore, E.U.A., é a maior siderúrgica do mundo localizada junto a um pôrto de mar. Os produtos exportáveis podem ser carregados diretamente da usina para bordo dos navios.

Escritoriós e representantes em tôdas as principais cidades do mundo
Em Moçambique: Albino Dias de Carvalho, Lda., Lourenço Marques

C. D. 624.042.3

Live loads on building floors.

Civil Engineering and Public Works Review, 1-954 vol. 49, n.º 571, pág. 53.

C. D. 625.072.223

Analysis and design of beams under giveu end restraints — *Harold V. Hill.*

Civil Engineering and Public Works Review, 3-954 vol. 49, n.º 573, pág. 257.

C. D. 624.131.526

Breves reflexões sobre alguns problemas da construcção. O assentamento das construções fundadas sobre solos argilosos — *Eng.º Joaquim Viseu.*

Engenharia, 3 e 5-953, n.º 16, pág. 14.

C. D. 624.132

Accelerating fill settlement with explosives — *Hollis F. Church, Jr.*

Civil Engineering and Public Works Review, 1-954 vol. 49, n.º 571, pág. 69.

C. D. 524.154.3

A hollow prestressed concrete pile.

Civil Engineering and Public Works Review, 2-954 vol. 49, n.º 572, pág. 175.

C. D. 624.531.1

A cantilever type reinforced concrete retaining wall — *W. Scott-Wilson.*

Civil Engineering and Public Works Raview, 1-954 vol. 49, n.º 571, pág. 47.

C. D. 624.624 (46)

El viaducto del esla — *Cesar Villalba.*

Hormigón y Acero, 7 e 12-934, n.º 3, pág. 97 e 108, pág. 371.

C. D. 624.914.1

An economically constructed timber shed of modern design — *R. T. Walters.*

Civil Engineering and Public Works Review, 2-954 vol. 49, n.º 572, pág. 151.

C. D. 624.914.4

Large garage in reinforced concrete.

Civil Engineering and Public Works Review, 1-954 vol. 49, n.º 571, pág. 65.

C. D. 625.84.059.22

Cracks in concrete pavements.

Civil Engineering and Public Works Review, 2 954 vol. 49, n.º 572, pág. 170.

C. D. 626.8.08

Maquinaria alemana para la construcción de firmes de hormigón — *Erich Rathsmann.*

Informes de la Construccion, 1-954, n.º 57.

C. D. 626.8.036

Road tests on controlles truck axle loadings.

Civil Engineering and Public Works Review, 1-954 vol. 49, n.º 571, pág. 52.

C. D. 626.14

Regularização das curvas das vias férreas pela correcção das flechas. Método geométrico por anamorfose — *Eng.º Bonfim Barreiros.*

Engenharia, 3-5-953, n.º 16, pág. 1.

C. D. 626.731.3

Drenaje de bases de firmes em pavimentos de aeropuertos — *A. Casagrande* e *W. L. Shannon.*

Informes de la Construccion, 11-953, n.º 56.

C. D. 627.34

Application of rubber in pier and dockside fenders — *A. R. Smee.*

Civil Engineering and Public Works Review, 1-954 vol. 49, n.º 571, pág. 70.

C. D. 627.43

An electrically operated weir on the river thames.

Civil Engineering and Public Works Review, 1-954 vol. 49, n.º 571, pág. 55.

C. D. 627.52

The work of flood reconstruction in Lincolnhsire — *F. H. Tomes.*

Civil Engineering and Public Works Review, 2-954 vol. 49, n.º 572, pág. 158.

C D. 627.824.3

Design and construction of earth dams and embankments in America — Part 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 — *S. Rodin.*

Civil Engineering and Public Works Review,

9-953	vol. 48	n.º 567	pág. 832
10-953	» 48	» 568	» 953
11-953	» 48	» 569	» 1058
12-953	» 48	» 570	» 1153
1-954	» 49	» 571	» 75
2 954	» 49	» 572	» 176
3-954	» 49	» 573	» 281

C. D. 627.823

La presa de houver o de boulder.

Hormigón y Acero, 6-634, n.º 2, pág. 89; 7-934, n.º 3 pág. 107.

C. D. 628.29/3 (42)

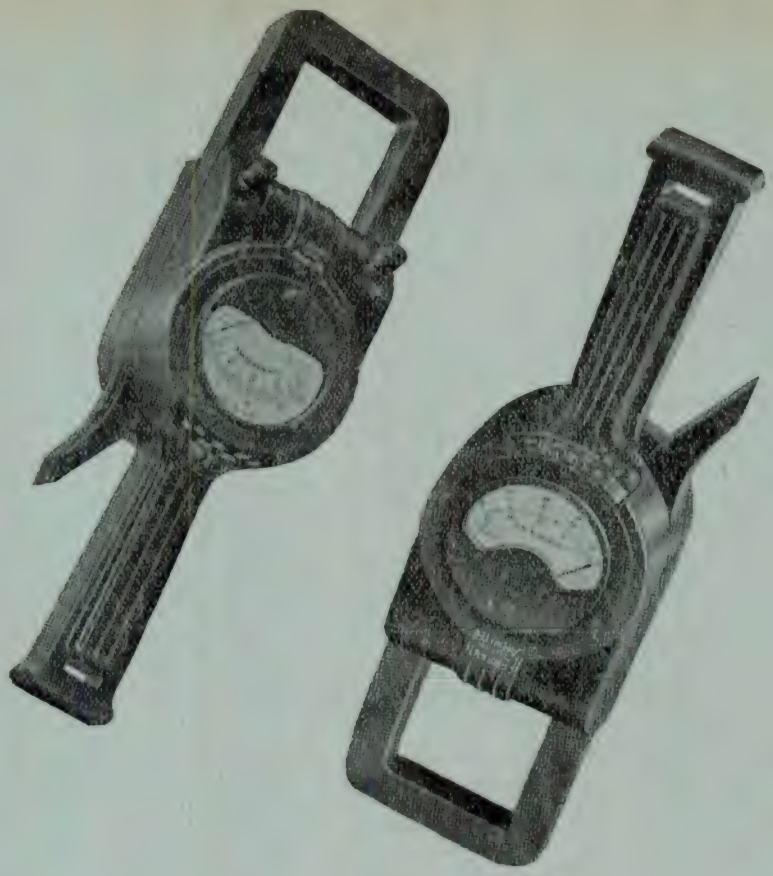
Stage 1 of the oxford sewage punping and purification scheme — *J. Camphell Ridell.*

Civil Engineering and Public Works Review, 1-954 vol. 49, n.º 571, pág. 49.

C. D. 628.35

Purificación de aguas residuales en cubetas naturales de percolación — *R. Stone* e *W. Carbor.*

Informes de la Construccion, 1-954, n.º 57.



PINÇAS VOLT-AMPEREMÉTRICAS

FERRANTI

PARA MEDIR COM TODA A SEGURANÇA
EM CORRENTE ALTERNA DE 0 A 600 VOLTS
E DE 0 A 1000 AMPERES

•

O MELHOR APARELHO PORTÁTIL

Representantes

C. SANTOS LDA.

DIVISÃO MARÍTIMA E TÉCNICA

Trav. da Glória, 17 a 19-A

LISBOA

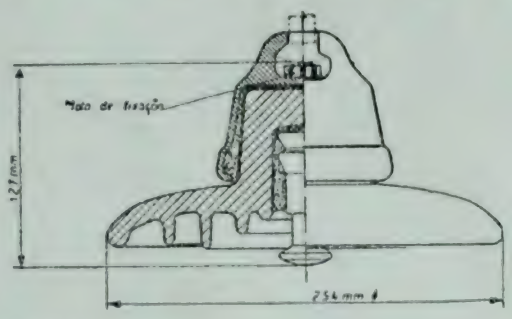
FÁBRICA DE PORCELANA DA VISTA ALEGRE, L.DA

Fundada em 1824
POR
José Ferreira Pinto Basto

ISOLADORES DE CADEIA

Para suspensão
Tipo ACS 25

Este isolador é igual ao tipo I. B. S. 99 da firma inglesa Taylor Tunnicliff & Co., Ltd., por acordo com a qual o fabricamos



Peso aproximado:
4,3 kg cada elemento

Materiais

Porcelana vidrada em castanho.
Campânulas de ferro fundido maleável, galvanizadas por imersão a quente.
Hastes de aço macio galvanizadas por imersão a quente.
Molas de fixação de bronze fosforoso.

Lisboa — Sede: Largo Barão de Quintela, 3
Depósitos: Lisboa — Largo do Chiado, 18

Fábrica em Ílhavo — Aveiro
Rua Cândido Reis, 118 — Porto

Companhia União Fabril

Sede: Rua do Comercio, 49
LISBOA

O MAIOR AGRUPAMENTO INDUSTRIAL DA PENINSULA IBÉRICA

Fábricas em:
Alferrarede, Barreiro, Canas de Senhorim, Lisboa, Mirandela, Óbidos, Porto, Soure e Vila Nova de Gaia.

Superfosfatos, Sulfatos de Cobre, Enxofre, Sabões, Acidos, Oleos industriais e alimentares, Azeites, Torteame, Sacarias, Grossarias, Fios, Carpetes e Mangueiras.

Oficinas de:
Construções metalicas, Mecânica geral de Automoveis e Engrenagens

Fundição de:
AÇO, FERRO E OUTROS METAIS

Construção Naval

(Arrendataria do estaleiro naval da A. G. P. L.)

Metalurgia de Ouro e Prata — Refinação electrolitica

A ÚNICA
FÁBRICA QUE PRODUZ TODOS OS MATERIAIS
DE IMPERMEABILIZAÇÃO

ISOLITE

MASTIQUES
E
EMULSÕES
DE APLICAÇÃO A FRIO E A QUENTE

COLAS BETUMINOSAS
FIBROMASTIQUES
PLACAS BETUMINOSAS
FELTROS BETUMINOSOS
PAPÉIS ALCATROADOS
CHATTERTONS

Fábrica Nacional de Produtos Isoladores

Guedes & Santos Silva, Ltd.

R. de Pedrouços, 49 — Tel. 38 316 LISBOA

FUNDIÇÃO E CONSTRUÇÃO MECÂNICAS

S. A. R. L.

OEIRAS

Uma grande organização na «Indústria Metalúrgica e Metalomecânica nacional»

Com **Fábrica** onde se produz:

Fundição de ferro, Ferros Ligas e Metais, Esmaltes — Esmaltagem

OFICINAS DE SERRALHARIA E FORJAS

Alguns artigos de série:

Banheiras de ferro fundido esmaltado — Todos os artigos sanitários para casa de banho e cozinha — Caldeiras e radiadores para aquecimento central — Salamandras — Fogões e fogareiros a gás — Fogões a lenha e carvão — Escadas e escadotes — Tábuas de engomar — Material para construção civil (aros para claraboias, sifões de pátio, ventiladores, portinholas, olhos de boi, autoclismos, etc.) — Bancos de jardim — Candeeiros para iluminação pública, etc.

PROJECTOS, ORÇAMENTOS E EXECUÇÃO DE INSTALAÇÕES E AQUECIMENTO CENTRAL

Vendas directas ao comércio da especialidade

Telef. Oeiras { P. P. C. 324 — 4 linhas / Administ. 156

Teleg. Fundição — OEIRAS

Correio: Apartado 711
LISBOA — CENTRAL

SECÇÃO DE AQUECIMENTO

Av. António Augusto de Aguiar, 7-A

Telefone 4 1110

CAVAN

SOCIEDADE PORTUGUESA

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS

MOSAICOS E AZULEJOS

COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA

MANILHAS PARA ESGOTOS

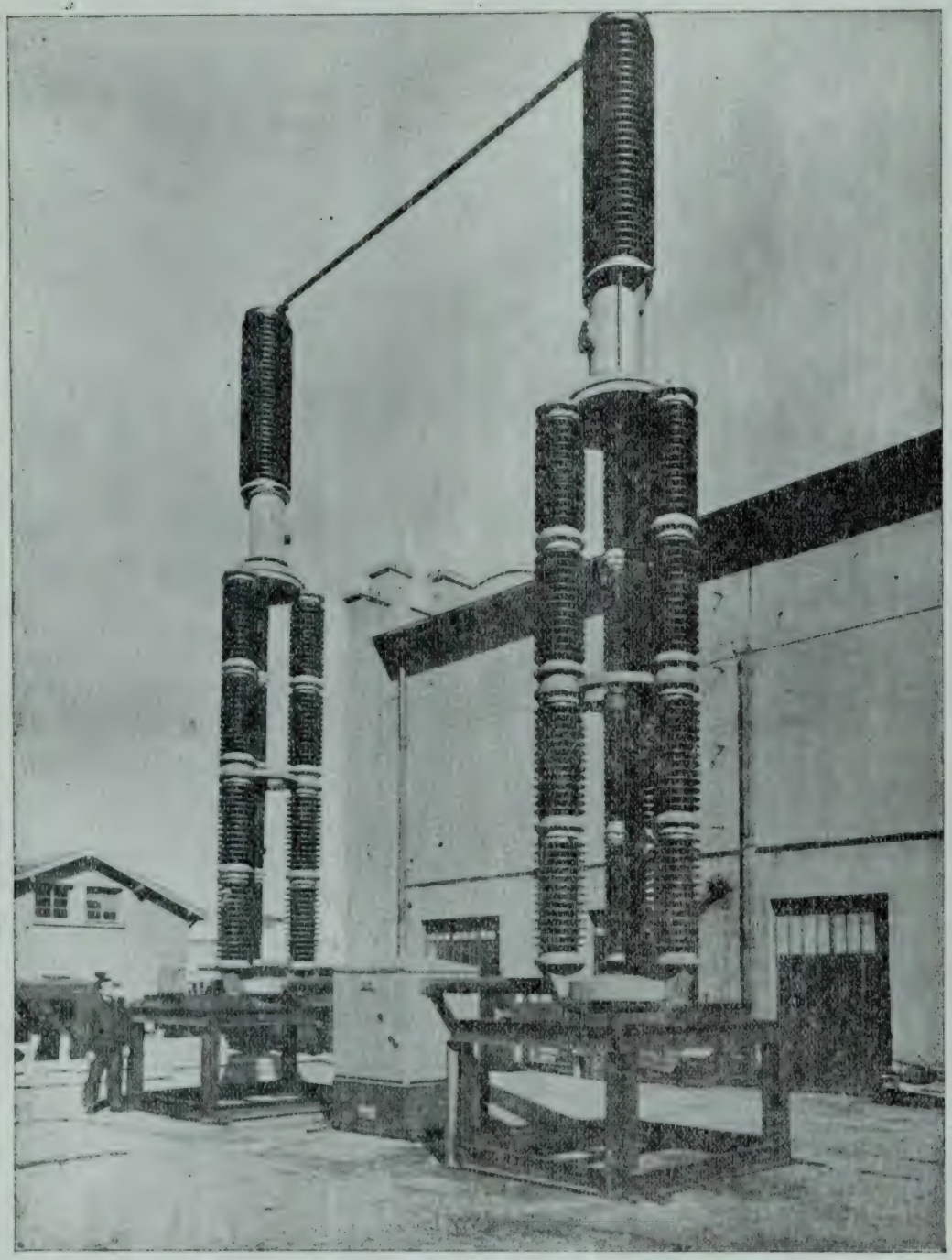
RUA D. ESTEFÂNIA, 42

TELEF. 47812-50129

LISBOA

DELLE

Ateliers de Constructions Electriques de la Compagnie Générale d'Electricité



POLO de disjuntor «ORTHOJECTEUR» MUITO ALTA TENSÃO
Tipo HPE 16 — 380.000 Volts — 1.000 A. 7.500 MVA

DELEGADOS EM PORTUGAL

AGÊNCIA GERAL DE MATERIAL ELÉCTRICO, L.DA

Rua dos INDUSTRIAIS, 4, 1.º • LISBOA • Telefones 6 0692 - 6 6082

MANIL

EXPORTAÇÃO · IMPORTAÇÃO

Sede: **Paço d'Arcos** – Av. Voluntários da República – Tel. 262 P. A.

CONSTRUÇÃO CIVIL

SERRAÇÃO E CARPINTARIAS MECÂNICAS
MADEIRAS E TACOS TRATADOS

Depósitos: CASCAIS — ESTORIL
PAÇO D'ARCOS — PAREDE

As oficinas estão apetrechadas com os maquinismos mais modernos e com estufa para secagem e tratamento de madeiras

NOVAS POSSIBILIDADES NA CONSTRUÇÃO CIVIL!

CEMPEXO

Uma grande marca Dinamarquesa

Recomendada para pintura de interiores e exteriores

Paredes

Muros

Frontarias de casas ou edifícios

e outras superfícies

Depois de cuidadosos ensaios laboratoriais e práticos, apresentamos agora em Portugal tintas petrificantes especiais e hidrófugas que **RESISTEM A TUDO,** sendo laváveis e de fácil emprego

Pó que se mistura com água em 9 cores

CEMPEXO

DE COR FIXA
DURA MAIS
RENDE MUITO

PEDIR INFORMAÇÕES AOS

TELEF. 75057

DISTRIBUIDORES EM PORTUGAL

HENRIQUES & CASTRO, Lda.

AVENIDA CONDE DE VALBOM, 96

LISBOA

Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

CONTRA A HUMIDADE

FABRICA EM SACAVÉM

TELEFONES { 4 2651 / 4 2156 TELEG. EPALDA—LISBOA

MÁRMORES

aos melhores preços

Em todas as aplicações

A MAIOR PRODUÇÃO DO PAÍS

Pedidos à

Sociedade dos Mármores de Portugal, L.da

Rua de S. Domingos de Benfica, 63

LISBOA

Sociedade de Pesquisas, Captações de Agua e Transportes, L.da

MATERIAL ELÉCTRICO

para instalações de alta e baixa tensão

•

ESPECIALIDADES **GARDY:**

Corta-circuitos e cartuchos de alto poder de corte
Disjuntores para força motriz e iluminação
Disjuntores de calibres variáveis
Dinjuntores MINIHUILLE, até 35 kV
Dispositivos de corte em carga para seccionadores, etc.

REPRESENTANTE:

ANTÓNIO BARÓ

Rua da Assunção, 99-2.º-Dt.º

LISBOA

- Isolamentos térmicos, acústicos e contra fogo.
- Purgadores para vapor de todos os tipos.
- Válvulas de passagem para vapor.
- Válvulas reguladoras de temperatura de vapor, água e ar.
- Válvulas redutoras de pressão de vapor e água.
- Aparelhos de tratamento de água.
- Tubo metálico flexível em tombaque.
- Reguladores de combustão para caldeiras de aquecimento central.
- Cimentos e plásticos refractários.

Pedidos a:

BOUHON & IRMÃO, LTD.ª

Em Lisboa: Avenida Júlio Dinis, 26, r/c Esq.
Telef. 773603 e 778685

No Porto: Rua Antero de Quental, 615
Telef. 40124

Uma oportunidade que se oferece à exterminação destes terríveis insectos é a pintura interior com

Permacem

anti-peste

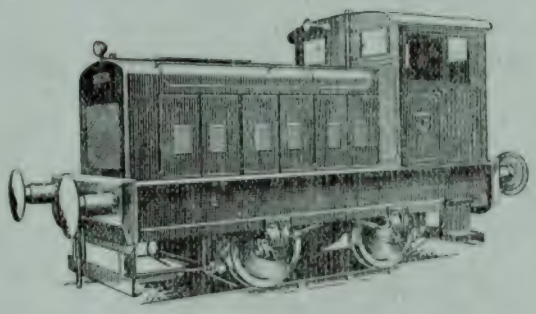
Uma tinta que serve dois fins
Uma pintura económica e útil

Pedidos ao Distribuidor Geral

V. T. MARTINS

Rua da Prata, 59-3.º Esq.º
Telef. 2 3690 — 2 5721
LISBOA

LOCOMOTIVAS RUSTON



Diesel Mecânicas e Diesel-Eléctricas

para via larga e via reduzida

ENTREGA RÁPIDA
STOCK PERMANENTE DE SOBRESSALENTES

MATERIAL FERROVIÁRIO, compreendendo vagões, vagonetas, carris, etc.

AGENTES EXCLUSIVOS

HARKER, SUMNER & C.ª, L.DA

152, R. José Falcão, 156 — **PORTO**
14, L. do Corpo Santo, 18 — **LISBOA**

EM ARMAZÉM PARA ENTREGA IMEDIATA

DA

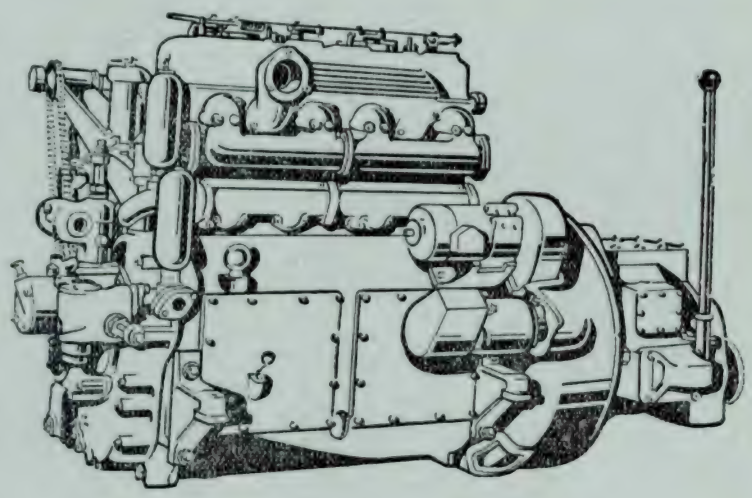
PELAPONE ENGINES, LTD.

A FIRMA INGLESA FABRICANTE DE MOTORES DIESEL DE ALTA QUALIDADE

Motores Diesel de 5, 10 e 20 HP.

Grupos electrogéneos de 35,6 kw 220 380 volts

Grupos motobombas de alta pressão



ENTREGAS RÁPIDAS NA FÁBRICA

Motores de 5 HP. a 87 HP.

Grupos electrogéneos de 5 kw a 55 kw

Grupos compressores e geradores auxiliares para barcos

Motores marítimos de 20 HP. a 70 HP.

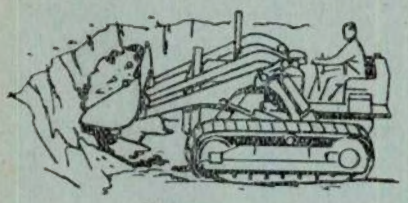
✱

REPRESENTANTES

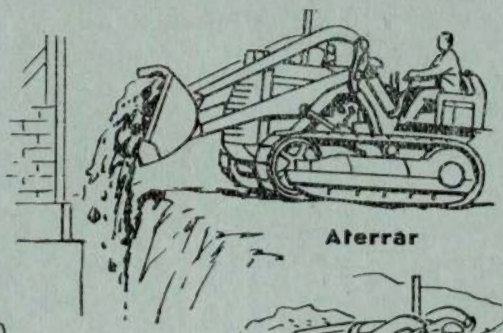
MONTEIRO GOMES, LIMITADA

Rua Cascais, 47 (Alcântara) — LISBOA — Telef. 37083 (3 linhas)

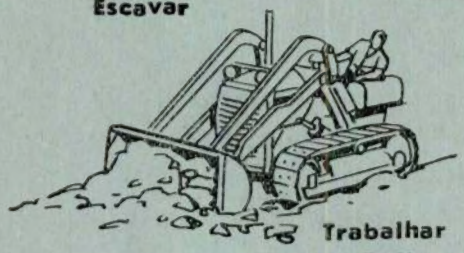
As pás mecânicas Caterpillar, modelos H4T e 6 são construídas especialmente para:



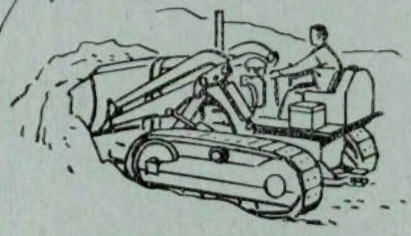
Escavar



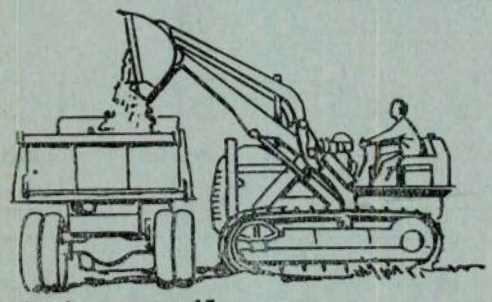
Aterrar



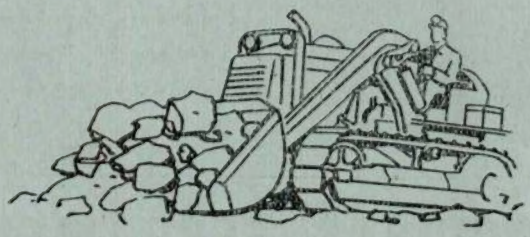
Trabalhar como Bulldozer



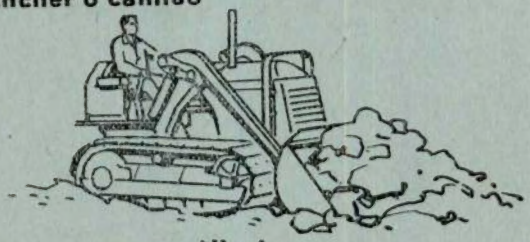
Carregar de stock



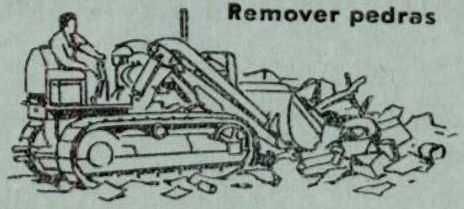
Encher o camião



Remover pedras



Nivelar



Carregar material a granel

CAPACIDADES

PÁ ESCAVADORA HT4 . . . . . $0,95^{m3}$

PÁ ESCAVADORA N.º 6 . . . . . $1,53^{m3}$

CATERPILLAR

MARCA REGISTRADA

REPRESENTANTE EXCLUSIVO:

SMEIA

SOCIEDADE DE MECANIZAÇÃO INDUSTRIAL E AGRÍCOLA, S. A. R. L.

Avenida Padre Manuel da Nóbrega, 8 LISBOA

Equipamento de fundição. Instalações para preparar e recuperar areia. Máquinas de moldar, com ou sem caixas. Fornos Cubilot. Elevadores. Máquinas de limpar e desbarbar. Instalações de decapar por jacto de areia. Remodelação e modernização de instalações industriais.

BADISCHE MASCHINENFABRIK A. G.

KARLSRUHE — DURLACH

ALEMANHA

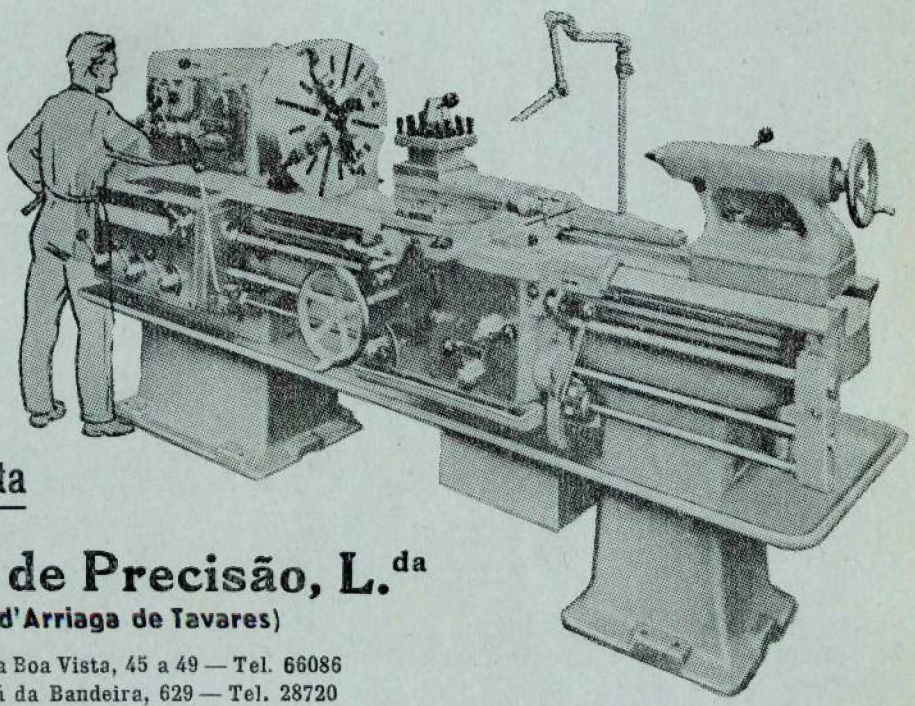
REPRESENTANTES EXCLUSIVOS

AZEVEDO & PESSI, L.DA

Tels. 24495, 29879 e 20554 — R. Nova do Almada, 46 — LISBOA

MÁQUINAS FERRAMENTAS DE QUALIDADE

Tornos Paralelos
Limadores
Engenhos Radiais
Máquinas de Rectificar
Tornos Revólver
Frezas
Escateladores
Plainas
Mandriladoras



Entrega Imediata

Máquinas de Precisão, L.da

(Eng.º J. d'Arriaga de Tavares)

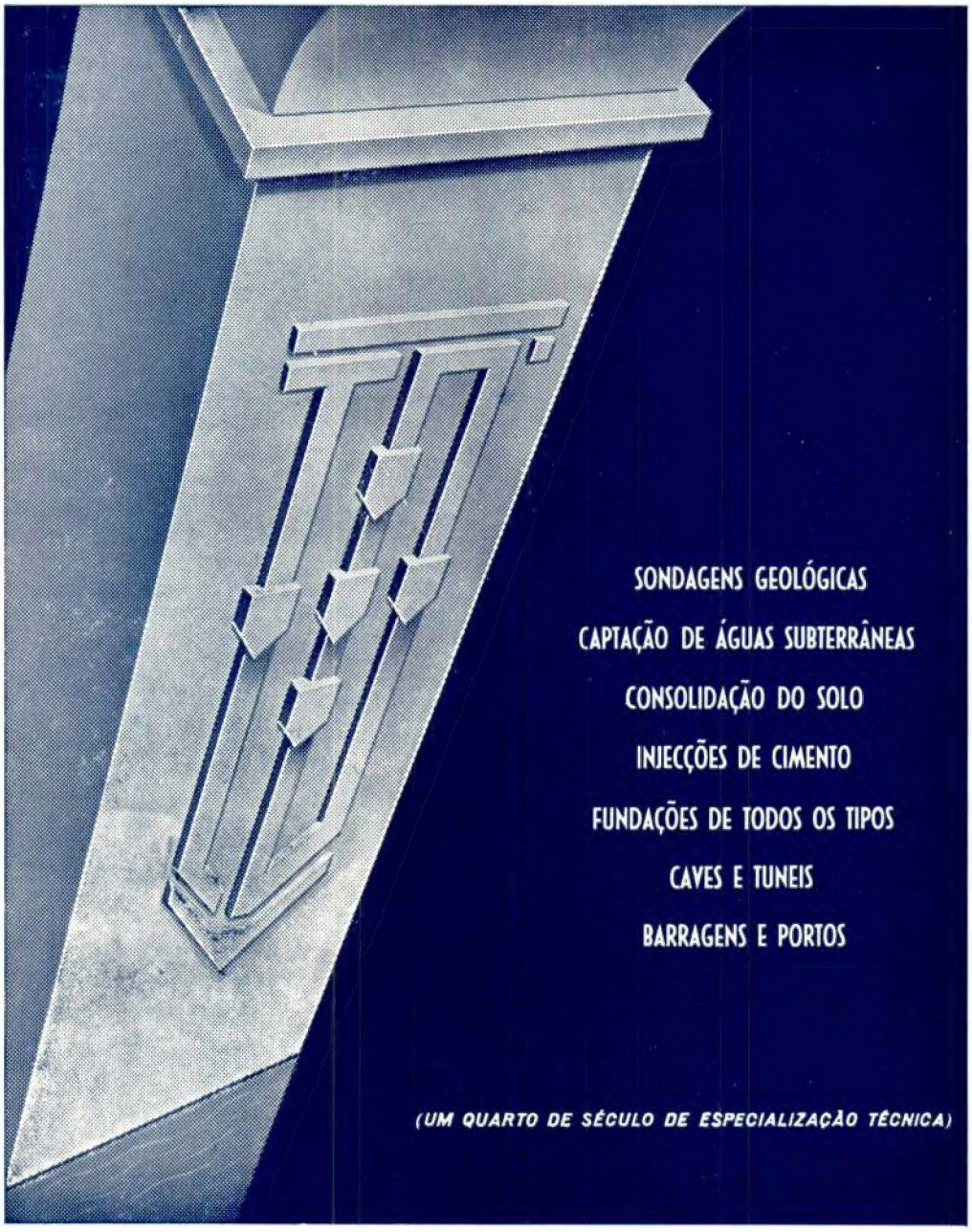
LISBOA: Rua da Boa Vista, 45 a 49 — Tel. 66086
PORTO: Rua Sá da Bandeira, 629 — Tel. 28720
LUANDA: Rua Restauradores de Angola, 68-1.º

Empresa de Sondagens e Fundações

TEIXEIRA DUARTE, L.DA

PR. DA FIGUEIRA, 18. 3.º
TELEF. 3 2774

LISBOA



EDOUARD DALPHIN

Representante da **S. A. BROWN BOVERI & CIE**
de **BADEN – SUÍÇA,** *com escritório técnico na*
Rua de Sá da Bandeira, 481 - 2.º — PORTO

• • •

VÁLVULAS EMISSORAS

arrefecidas a ar ou água para EMISSORAS DE RADIODIFUSÃO com modelos para todas as frequências e potências possíveis.

Peça V. Ex.ª indicações sobre a aplicação adequada destas válvulas nas vossas emissoras de radiodifusão

BROWN BOVERI

- construção mais moderna
- rendimento elevado
- segurança de serviço
- preço económico
- longa duração

portanto:

Despesas de exploração mínimas

75384 · VI